

Universidad Nacional Autónoma de Honduras
Facultad de Ciencias
Escuela de Matemática
Maestría en Matemática con Orientación en Ingeniería Matemática y
Estadística Matemática



UNAH
UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE HONDURAS



Maestría en
Matemática

Modelos Estadísticos de Análisis de Factores que Afectan el
Rendimiento Escolar

Tesis presentada por
Lesky Ibeth Rivas Martínez

Para obtener el grado de Máster en Matemática
con Orientación en Estadística Matemática

Director de tesis
Dr. Cristian Andrés Cruz Torres

Tegucigalpa, Honduras, abril 2023

A mi abuelo José Ruperto Martínez (Q.D.D.G) por su amor y consejos

Agradecimientos

A Dios por guiarme en este camino e iluminar mis pensamientos. A mi madre Gloria Martínez por ser mi apoyo en la distancia, por su amor y sus oraciones por verme lograr las metas propuestas. A mis hermanos Alejandra, Frelin y especialmente a Gloria María por su apoyo incondicional en todo este proceso.

A mi asesor de tesis el Dr. Cristian Cruz por guiarme con sus enseñanzas, por responder mis preguntas, por su tiempo, sus consejos y su apoyo en todo momento. A mis docentes de la maestría por todos los conocimientos brindados. Al Dr. Fabrizio Ruggeri por sus palabras de motivación y sus enseñanzas magistrales, al igual que a mis profesores de la licenciatura en matemáticas de la UPNFM por establecer todas mis bases de conocimiento.

A todos mis compañeros de maestría, a quienes tuve la oportunidad de conocer durante estos años, en especial a Carlos Henríquez. Así como a mi familia, amigos y hermanos en la fe por todo su apoyo.

Finalmente agradezco a la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) y al Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) por el acceso a las bases de datos que permitieron esta tesis.

Resumen

Diferentes investigaciones se han desarrollado a lo largo de los años, mostrando la variedad de modelos estadísticos que permiten obtener los factores asociados al rendimiento escolar. En esta investigación, se hace un análisis de los modelos estadísticos de regresión múltiple que ajusta modelos lineales entre una variable dependiente y más de una variable independiente. También, los modelos multinivel que permite realizar análisis con estimaciones por niveles. Y finalmente, los modelos de ecuaciones estructurales que utiliza variables latentes o constructos que son medidas a través de otras variables que son directamente observables, apoyándose en el análisis factorial exploratorio y en el análisis factorial confirmatorio. Utilizando los modelos estadísticos descritos anteriormente, se hace un análisis de los factores que afectan el rendimiento escolar en español y matemática para tercer y sexto grado en Honduras, utilizando los datos de TERCE 2013. Lo que permitió identificar cual de estos modelos estadísticos, presentó las mejores estimaciones.

Palabras Clave: rendimiento escolar, modelo de regresión múltiple, modelo multinivel, modelo de ecuaciones estructurales.

Abstract

Different investigations have been developed over the years, showing the variety of statistical models that allow obtaining the factors associated with school performance. In this research, an analysis of the multiple regression statistical models is carried out, which adjusts linear models between a dependent variable and more than one independent variable. Of the multilevel models that allow analysis with estimations by levels. And of the structural equation models that use latent variables or constructs that are measured through other variables that are directly observable, relying on exploratory factor analysis and confirmatory factor analysis. Using the statistical models described above, an analysis is made of the factors that affect school performance in Spanish and mathematics for third and sixth grade in Honduras, using data from TERCE 2013. This allowed us to identify which of these statistical models presented the best estimates.

Keywords: school performance, multiple regression model, multilevel model, structural equation model.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Revisión de la literatura	2
1.2. Organización de la tesis	4
2. Rendimiento Escolar	6
2.1. Mejoramiento escolar	7
2.2. Eficacia escolar	10
2.3. Agencias internacionales y sus principales estudios sobre rendimiento escolar	13
2.3.1. Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA)	15
2.3.2. Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE)	16
2.3.3. Tendencias en el Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS)	17
2.3.4. Progreso en el Estudio Internacional de Alfabetización en Lectura (PIRLS)	18
2.3.5. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO)	19
2.3.6. Estudios realizados por las agencias	19
2.4. Agencias dedicadas a realizar estudios sobre rendimiento escolar en Honduras	33
2.4.1. El Proyecto Mejorando el Impacto al Desempeño Estudiantil de Honduras, por sus siglas MIDEH	33

2.4.2.	Unidad Externa de Medición de la Calidad de la Educación, por sus siglas UMCE	34
2.5.	Modelos estadísticos utilizados en los estudios sobre factores asociados al rendimiento escolar	35
2.5.1.	Modelo regresión lineal	37
2.5.2.	Modelos lineales multinivel	39
2.5.3.	Modelos de análisis de estructuras de covarianza o ecuaciones estructurales	40
3.	Modelos de regresión múltiple	43
3.1.	Modelo lineal general	43
3.1.1.	Supuestos del modelo lineal	45
3.1.2.	Regresión múltiple	46
3.1.3.	Métodos de mínimos cuadrados	48
3.1.4.	Coefficiente de determinación	49
3.2.	Multicolinealidad	50
3.2.1.	Matriz de correlación	51
3.2.2.	Prueba de Theil	51
3.2.3.	Prueba de Klein	52
3.2.4.	Factor de inflación de la varianza (VIF)	52
3.3.	Heterocedasticidad	53
3.3.1.	Prueba de Breusch-Pagan	53
3.3.2.	Prueba de Harvey	54
3.3.3.	Prueba de Glejser	55
3.3.4.	Prueba Breusch-Pagan-Godfrey	56
3.3.5.	Prueba general de White	57
3.3.6.	Errores estándar robustos de White	58
3.4.	Normalidad	59
3.4.1.	Prueba de Shapiro-Wilk	60
3.4.2.	Prueba de Jarque-Bera	61

3.5.	Criterios de ajuste para selección del modelo	62
3.5.1.	Criterio R^2 ajustado	62
3.5.2.	Estadística F	63
3.5.3.	Criterio Log-Verosimilitud	64
3.5.4.	Criterio AIC	64
3.5.5.	Criterio BIC	65
3.6.	Componentes Principales	65
3.6.1.	Definición de componentes principales	66
3.6.2.	¿Cuántos componentes principales?	67
3.7.	Análisis de resultados	68
3.7.1.	Población estudiada y descripción de las variables	68
3.7.2.	Modelos	80
3.7.3.	Verificación de los supuestos	81
3.7.4.	Selección del modelo	83
3.8.	Conclusiones	87
3.9.	Consideraciones finales	89
4.	Modelos Lineales Jerárquicos o Multinivel	91
4.1.	Antecedentes	91
4.2.	Modelos lineales multinivel bajo el enfoque frecuentista	92
4.2.1.	Parámetros fijos y aleatorios	93
4.2.2.	Definición formal	94
4.2.3.	Correlación intraclase (ICC)	97
4.2.4.	Supuestos del modelo multinivel	98
4.2.5.	Comparación de los modelos frecuentista multinivel	99
4.2.6.	Calidad del modelo frecuentista	99
4.3.	Inferencia Bayesiana	100
4.3.1.	Modelos bayesianos multinivel	101
4.3.2.	Comparación de los modelos bayesianos multinivel	104
4.3.3.	Criterios de calidad del modelo bayesiano	109

4.4.	Resultados del enfoque frecuentista	111
4.4.1.	Descripción de los niveles	111
4.4.2.	Selección del modelo frecuentista	123
4.4.3.	Verificación de los supuestos	124
4.4.4.	Calidad del modelo frecuentista	127
4.5.	Resultados del enfoque Bayesiano	128
4.5.1.	Descripción de los niveles	128
4.5.2.	Estimaciones bajas	139
4.5.3.	Selección del modelo bayesiano	140
4.5.4.	Calidad del modelo bayesiano	142
4.6.	Comparación de resultados frecuentistas y Bayesiano	142
4.7.	Conclusiones	143
4.7.1.	Conclusiones sobre los modelos	143
4.7.2.	Conclusiones sobre los enfoques	144
4.7.3.	Conclusión general	145
4.8.	Consideraciones finales	145
5.	Modelos de Ecuaciones Estructurales	147
5.1.	Análisis factorial	148
5.1.1.	Análisis factorial exploratorio	152
5.1.2.	Análisis factorial confirmatorio	155
5.2.	Modelos de ecuaciones estructurales (SEM)	163
5.2.1.	Diagramas de ruta	167
5.2.2.	Colinealidad entre indicadores	168
5.2.3.	Modelos formativos y reflexivos	168
5.2.4.	Variables moderadoras y mediadoras con efecto directo e indirecto	170
5.2.5.	Métodos de estimación	179
5.2.6.	Validación del modelo	180
5.3.	Resultados	184
5.3.1.	Análisis factorial exploratorio	185

5.3.2. Análisis de los datos	185
5.3.3. Análisis factorial confirmatorio	194
5.3.4. Ecuaciones estructurales	210
5.3.5. Análisis de mediación	225
5.3.6. Análisis de moderación	237
5.3.7. Validación de los modelos	237
5.4. Conclusiones	241
5.5. Consideraciones finales	243
6. Conclusiones y trabajos futuros	244
6.1. Trabajos futuros	248
A. Tablas: variables significativas de los modelos lineales	265
B. Tablas: variables significativas de los modelos log-lineales	269
C. Tablas: variables significativas de los modelos multinivel enfoque frecuentista	273
D. Tablas: variables significativas de los modelos multinivel enfoque Bayesiano	277
E. Tablas: variables significativas en los modelos de ecuaciones estructurales	280
F. Tablas: variables significativas en los modelos de ecuaciones estructurales con mediación	284
G. Tablas: prueba de la variable de marcador de método común	292

Índice de figuras

2.1. Ejemplo de modelo de ecuaciones estructurales (Veiga, 2011)	41
4.1. Varianza constante de los residuos modelo final frecuentista de español tercer grado	125
4.2. Ortogonalidad modelo final frecuentista de español tercer grado	126
4.3. Gráficos de normalidad modelo final frecuentista de español tercer grado	127
4.4. Gráficos de cadenas de Markov modelo final español tercer grado . . .	134
4.5. Gráficos de cadenas de Markov modelo final matemática tercer grado .	135
4.6. Gráficos de cadenas de Markov modelo final español sexto grado	137
4.7. Gráficos de cadenas de Markov modelo final matemática sexto grado . .	139
4.8. Proporción de muestras de la parte posterior que son mayores que cero	140
5.1. Representación gráfica de un modelo de análisis de ruta	168
5.2. Modelos de medida	169
5.3. Efectos de terceras variables (Ato and Vallejo, 2011)	171
5.4. Efectos de mediación simple (modelos B y C) y múltiple (modelo D) (Ato and Vallejo, 2011)	173
5.5. Efectos de moderación (Aguinis, 2003)	177
5.6. Modelos de mediación moderada y de moderación mediada (Ato and Vallejo, 2011)	178
5.7. Análisis Scree Plot español tercer grado	186
5.8. Análisis paralelo español tercer grado	186
5.9. Gráficos de árbol de dos factores de español tercer grado	187
5.10. Gráficos de árbol de cuatro factores de español tercer grado	188

5.11. Gráficos de árbol de tres factores de español tercer grado	188
5.12. Diagrama de ruta del modelo español tercer grado.	203
5.13. Diagrama de ruta del modelo matemática tercer grado.	203
5.14. Diagrama de ruta del modelo español sexto grado.	206
5.15. Diagrama de ruta SEM español tercer grado	211
5.16. Diagrama de ruta SEM matemática tercer grado	215
5.17. Diagrama de ruta SEM español sexto grado	219
5.18. Diagrama de ruta SEM matemática sexto grado	223
5.19. Diagrama de ruta mediación simple español tercer grado	226
5.20. Diagrama de ruta mediación múltiple español tercer grado	227
5.21. Diagrama de ruta mediación simple matemática tercer grado	229
5.22. Diagrama de ruta mediación múltiple matemática tercer grado	230
5.23. Diagrama de ruta mediación simple español sexto grado	232
5.24. Diagrama de ruta mediación múltiple español sexto grado	233
5.25. Diagrama de ruta mediación simple matemática sexto grado	235
5.26. Diagrama de ruta mediación múltiple matemática sexto grado	236

Índice de tablas

2.1. Factores asociados TIMMS	22
2.2. Factores asociados PIRLS	26
2.3. Factores asociados UNESCO	32
3.1. Análisis de componentes principales (seis factores)	76
3.2. Análisis de componentes principales (un factor)	77
3.3. Resultado de los criterios de ajuste del modelo log-lineal español tercer grado	84
3.4. Variables significativas del modelo 3 log-lineal de español tercer grado.	84
3.5. Variables significativas del modelo 3 log-lineal de matemática tercer grado	85
3.6. Variables significativas del modelo 3 log-lineal de español sexto grado .	86
3.7. Variables significativas del modelo 2 log-lineal de matemática sexto grado	87
4.1. Variables significativas del modelo final frecuentista español tercer grado.	118
4.2. Variables significativas del modelo final frecuentista matemática tercer grado.	119
4.3. Variables significativas del modelo final frecuentista español sexto grado.	121
4.4. Variables significativas del modelo final frecuentista matemática sexto grado. .	122
4.5. Resultado del modelo frecuentista español tercer grado	124
4.6. Varianza explicada en cada modelo final frecuentista.	127
4.7. Variables significativas del modelo final bayesiano español tercer grado .	132
4.8. Variables significativas del modelo final bayesiano matemática tercer grado.	134
4.9. Variables significativas del modelo final bayesiano español sexto grado.	136

4.10. Variables significativas del modelo final bayesiano matemática sexto grado. . .	138
4.11. Resultado del modelo bayesiano español tercer grado usando PSIS-LOO	141
4.12. Resultado del modelo bayesiano español tercer grado usando WAIC . .	141
4.13. Varianza explicada en cada modelo final bayesiano.	142
5.1. Pesos factoriales de las variables español tercer grado.	189
5.2. Pesos factoriales de las variables matemática tercer grado.	190
5.3. Pesos factoriales de las variables español sexto grado.	192
5.4. Pesos factoriales de las variables matemática sexto grado.	193
5.5. Test de Mardia español tercer grado	194
5.6. Test de Mardia matemática tercer grado	194
5.7. Test de Mardia español sexto grado	194
5.8. Test de Mardia matemática sexto grado	195
5.9. Índices de ajuste.	201
5.10. Variables significativas del modelo español tercer grado CFA.	202
5.11. Variables significativas del modelo matemática tercer grado CFA.	204
5.12. Variables significativas del modelo español sexto grado CFA.	205
5.13. Continuación de variables significativas del modelo español sexto gra- do CFA.	206
5.14. Variables significativas del modelo matemática sexto grado CFA.	207
5.15. Continuación de variables significativas del modelo matemática sexto grado CFA.	208
5.16. Análisis de la fiabilidad del modelo español tercer grado.	208
5.17. Análisis de la fiabilidad del modelo matemática tercer grado.	209
5.18. Análisis de la fiabilidad del modelo español sexto grado.	209
5.19. Análisis de la fiabilidad del modelo matemática sexto grado.	209
5.20. Índices de ajuste del modelo español tercer grado.	212
5.21. Factor de inflación de la varianza del modelo español tercer grado . . .	213
5.22. Índices de ajuste del modelo matemática tercer grado.	216
5.23. Factor de inflación de la varianza del modelo matemática tercer grado .	217

5.24. Índices de ajuste del modelo español sexto grado.	220
5.25. Factor de inflación de la varianza del modelo español sexto grado	221
5.26. Índices de ajuste del modelo matemática sexto grado.	224
5.27. Factor de inflación de la varianza del modelo matemática sexto grado .	225
5.28. Criterio HTMT en modelo español tercer grado.	239
5.29. Criterio HTMT en modelo matemática tercer grado.	239
5.30. Criterio HTMT en modelo español tercer grado.	240
5.31. Criterio HTMT en modelo matemática sexto grado.	240
A.1. Variables significativas del modelo lineal de español tercer grado	265
A.2. Variables significativas del modelo lineal de matemática tercer grado .	266
A.3. Variables significativas del modelo lineal de español sexto grado	267
A.4. Variables significativas del modelo lineal de matemática sexto grado . .	268
B.1. Variables significativas del modelo log-lineal de español tercer grado . .	269
B.2. Variables significativas del modelo log-lineal de matemática tercer grado	270
B.3. Variables significativas del modelo log-lineal de español sexto grado . .	271
B.4. Variables significativas del modelo log-lineal de matemática sexto grado	272
C.1. Variables significativas del modelo frecuentista con variables de nivel estudiante español tercer grado.	273
C.2. Variables significativas del modelo frecuentista con variables de nivel estudiante matemática tercer grado.	274
C.3. Variables significativas del modelo frecuentista con variables de nivel estudiante español sexto grado.	274
C.4. Variables significativas del modelo frecuentista con variables de nivel estudiante matemática sexto grado.	275
C.5. Variables significativas del modelo frecuentista con variables de nivel escuela español tercer grado.	275
C.6. Variables significativas del modelo frecuentista con variables de nivel escuela matemática tercer grado.	275

C.7. Variables significativas del modelo frecuentista con variables de nivel escuela español sexto grado.	276
C.8. Variables significativas del modelo frecuentista con variables de nivel escuela español sexto grado.	276
D.1. Variables significativas del modelo bayesiano con variables de nivel estudiante español tercer grado.	277
D.2. Variables significativas del modelo bayesiano con variables de nivel estudiante matemática tercer grado.	277
D.3. Variables significativas del modelo bayesiano con variables de nivel estudiante español sexto grado.	278
D.4. Variables significativas del modelo bayesiano con variables de nivel estudiante matemática sexto grado.	278
D.5. Variables significativas del modelo bayesiano con variables de nivel escuela español tercer grado.	279
D.6. Variables significativas del modelo bayesiano con variables de nivel escuela matemática tercer grado.	279
D.7. Variables significativas del modelo bayesiano con variables de nivel escuela español sexto grado.	279
D.8. Variables significativas del modelo bayesiano con variables de nivel escuela matemática sexto grado.	279
E.1. Variables significativas del modelo español tercer grado EE.	280
E.2. Variables significativas del modelo matemática tercer grado EE.	281
E.3. Variables significativas del modelo español sexto grado EE.	282
E.4. Variables significativas del modelo matemática sexto grado EE.	283
F.1. Variables significativas del modelo mediación simple español tercer grado.	284
F.2. Variables significativas del modelo mediación múltiple español tercer grado.	285

F.3. Variables significativas del modelo mediación simple matemática tercer grado.	286
F.4. Variables significativas del modelo mediación múltiple matemática tercer grado.	287
F.5. Variables significativas del modelo mediación simple español sexto tercer grado.	288
F.6. Variables significativas del modelo mediación múltiple español sexto grado.	289
F.7. Variables significativas del modelo mediación simple matemática sexto grado.	290
F.8. Variables significativas del modelo mediación múltiple matemática sexto grado.	291
G.1. Análisis del método común del modelo español tercer grado.	292
G.2. Análisis del método común del modelo matemática tercer grado.	293
G.3. Análisis del método común del modelo español sexto grado.	294
G.4. Análisis del método común del modelo matemática sexto grado.	295

Capítulo 1

Introducción

Uno de los aspectos más importantes en el proceso enseñanza aprendizaje es el rendimiento escolar, ya que permite evaluar lo que los estudiantes han aprendido, así como la eficacia y calidad de los procesos educativos, reflejando sí se lograron los objetivos establecidos. Esto posibilita establecer la relevancia del rendimiento escolar para describir las causas que se relacionan a un resultado alto o bajo por parte de los estudiantes.

En la actualidad, la calidad en la educación es de interés nacional e internacional, es por esto que las agencias dedicadas a realizar estudios sobre rendimiento escolar aplican pruebas estandarizadas o cuestionarios que no solo proveen datos sobre el rendimiento sino también sobre el contexto de la escuela, la familia y la comunidad. La complejidad de estos estudios ha resultado en el uso de diferentes técnicas estadísticas.

Por un lado se tiene la regresión múltiple que ofrece la ventaja de utilizar más información en la elaboración del modelo y por lo tanto estimaciones más precisas. También está el análisis multinivel que reconoce y maneja la organización jerárquica, que para el caso de los sistemas educativos se pueden establecer estudiantes en aula de clases, aulas en escuelas, y escuelas en la comunidad, ofreciendo así resultados con una menor incidencia de los errores de estimación. Otra técnica son los modelos de

ecuaciones estructurales, que presentan variables no observables directamente, llamadas variables latentes o constructos que son medidas a través de otras variables que son directamente observables y permiten el análisis de una realidad más compleja.

1.1. Revisión de la literatura

En primer lugar, hay que reconocer que la investigación sobre eficacia escolar ha sufrido una evolución impresionante a lo largo de más de 30 años de desarrollo. Se destacan investigaciones como la de Weber (1971) o la de Coleman (1966). En segundo lugar la investigación sobre eficacia escolar en América Latina y el Caribe se inició a mediados de los 70, y desde esa fecha hasta la actualidad se ha desarrollado un buen número de estudios de carácter empírico cuyo objetivo principal era identificar los factores escolares asociados con el rendimiento de los estudiantes (Torrecilla, 2008a).

El término “rendimiento escolar” hace referencia a la evaluación del conocimiento adquirido en el ámbito escolar. En otras palabras, el rendimiento escolar es una medida de las capacidades del estudiante, que expresa lo que éste ha aprendido a lo largo del proceso formativo, es decir los resultados obtenidos en pruebas o exámenes normalizados, que miden los conocimientos o competencias en una materia específica (UNESCO, 2007). Algunos países efectúan periódica y sistemáticamente mediciones que permiten determinar lo que los estudiantes han aprendido durante su experiencia escolar, ya sea en exámenes por clase, evaluaciones nacionales o evaluaciones internacionales.

Las agencias internacionales como: Tendencias en el Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS, por sus siglas en inglés), Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés), Progreso en el Estudio Internacional de Alfabetización en Lectura (PIRLS, por sus siglas en inglés), Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, por sus siglas en inglés), y las nacionales como: Unidad Externa de Medición de la

Calidad de la Educación, por sus siglas UMCE; realizan evaluaciones que monitorean las tendencias en el rendimiento estudiantil en matemáticas, ciencias y lectura. Dichas agencias utilizan diferentes modelos estadísticos en el análisis de los factores asociados al rendimiento escolar y gracias a los resultados obtenidos se han adquirido nuevos conocimientos sobre lo que saben y pueden hacer los estudiantes.

Sam Stringfield (1994) expresa tres razones que considera de interés para elaborar modelos en la investigación sobre eficacia escolar. En primer lugar, un modelo ofrece a los investigadores del área una fuente de información que permite considerar, relacionar entre sí, y tender puentes sobre la investigación previa. En segundo lugar permite abrir una serie de caminos, para desarrollar investigaciones futuras. Y en tercer lugar, los modelos proporcionan una visión panorámica de las diferentes rutas de investigación posibles. Los modelos estadísticos utilizados en el estudio del rendimiento escolar permiten conocer cuáles son las variables y en qué medida están presentes en el rendimiento escolar. Existen diferentes modelos utilizados, entre ellos se destacan :

1. Modelo de regresión múltiple: la regresión lineal múltiple trata de ajustar modelos lineales entre una variable dependiente y más de una variable independiente (Granados, 2016).
2. Modelo multinivel: los modelos multinivel son, en esencia, ampliaciones de los modelos de regresión lineal clásicos, de tal forma que en realidad son varios modelos lineales para cada nivel. Así, los modelos del primer nivel están relacionados con uno de segundo nivel en el que los coeficientes de regresión del nivel 1 se regresan en un segundo nivel de variables explicativas y así sucesivamente para los diferentes niveles (Torrecilla, 2008b).
3. Modelos de análisis de estructuras de covarianza o ecuaciones estructurales: los modelos de ecuaciones estructurales (SEM, por sus siglas en inglés) son una familia de modelos estadísticos multivariantes que permiten estimar el efecto y las relaciones entre múltiples variables. Los modelos de ecuaciones estructurales nacieron de la necesidad de dotar de mayor flexibilidad a los modelos de

regresión (Ruiz et al., 2010).

El propósito principal de esta investigación es identificar entre los modelos estadísticos de regresión múltiple, multinivel y ecuaciones estructurales, cual permite mejores estimaciones de los factores que afectan el rendimiento escolar en matemática y español para tercer y sexto grado en Honduras, para lograr este objetivo se realizó un análisis de factores utilizando los datos de TERCE 2013, por medio de los tres modelos mencionados previamente.

Vale mencionar que toda la información de las bases de datos se procesó con el paquete estadístico R (Team, 2020). Y debido a los esfuerzos realizados por la UNESCO y Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) la Secretaría de Educación de Honduras ratificó un acuerdo en el año de 1999 que permite a LLECE la elaboración de informes de lenguaje, matemática y factores asociados a la calidad de la educación (SE, 1999); esta es una de las razones por las cuales Honduras participó en el TERCE. Al no tener acceso público a las bases de datos de estudios realizados en Honduras sobre rendimiento escolar, se tomó la decisión de trabajar con las bases de datos públicas del TERCE (UNESCO, 2016c), seleccionado únicamente los datos correspondientes a Honduras para realizar este estudio.

1.2. Organización de la tesis

En el capítulo 2 se realiza la revisión de ciertos estudios sobre calidad de educación, así como estudios sobre los factores realizados a nivel internacional y nacional, también se realiza una descripción general de los modelos utilizados para la determinación de los factores que afectan el rendimiento escolar.

En el capítulo 3 se hace un ajuste por un modelo de regresión múltiple. Se construyen los índices a través del análisis de componentes principales, se muestran los resultados de las pruebas para detectar multicolinealidad, heterocedasticidad y nor-

malidad en los modelos. Se selecciona el mejor modelo utilizando R^2 ajustado, estadístico F, log-Verosimilitud, AIC y BIC.

En el capítulo 4 se hace un análisis por medio de un modelo de regresión multinivel con dos niveles (nivel 1 estudiantes, nivel 2 escuela); con el enfoque frecuentista y bayesiano describiendo sus respectivos niveles. En el enfoque frecuentista se muestran los resultados de las pruebas para la verificación de los supuestos de homocedasticidad, ortogonalidad y normalidad, se selecciona el mejor modelo utilizando AIC, BIC, y Log-Verosimilitud. En el enfoque Bayesiano se comparan los modelos utilizando PSIS-LOO y WAIC, en ambos enfoques se calcula la correlación intraclase y la calidad del modelo.

El capítulo 5 se inicia con el análisis factorial (AF), luego el análisis factorial confirmatorio (AFC), hasta llegar al modelo de ecuaciones estructurales (SEM). Se muestran los resultados de las pruebas para la verificación de que la muestra es válida para realizar AF, así como el supuesto de normalidad multivariada. Se realiza el análisis factorial exploratorio, con el método de rotación Varimax. En el caso del análisis factorial confirmatorio, se verifican los índices de ajuste más relevantes como ser CFI, TLI, RMSEA, SRMR. Finalmente se realiza el modelo de ecuaciones estructurales donde se especifica el modelo estructural, el modelo de medida y correlación de errores. La estimación se realiza por el método de máxima verosimilitud (MLE, por sus siglas en inglés) y se evalúa el modelo con las medidas de bondad de ajuste, ajuste incremental y ajuste de parsimonia.

En el capítulo 6, se presentan las conclusiones y se incluyen algunos trabajos futuros que se consideran factibles de realizar.

Finalmente se presentan los apéndices, que contienen tablas de variables significativas de los diferentes modelos presentados.

Capítulo 2

Rendimiento Escolar

El rendimiento escolar se define como “los resultados obtenidos en pruebas o exámenes normalizados, que miden los conocimientos o competencias en una materia específica”(UNESCO, 2007). Muchos países efectúan periódica y sistemáticamente mediciones destinadas a determinar lo que los estudiantes han aprendido durante su experiencia escolar, ya sea en exámenes por asignatura, evaluaciones nacionales o evaluaciones internacionales.

“El rendimiento escolar es medido, en su mayor parte, por tests especialmente diseñados. Pero en algunos casos, el rendimiento escolar es medido a través de exámenes nacionales en lengua, matemática o ciencia” (Velez et al., 1994). Estas evaluaciones sirven como base de información para la toma de decisiones en el sistema educativo.

Entonces, “El rendimiento del estudiante debería ser entendido a partir de sus procesos de evaluación, sin embargo, la simple medición y/o evaluación de los rendimientos alcanzados por los estudiantes no provee por sí misma todas las pautas necesarias para la acción destinada al mejoramiento de la calidad educativa” (Navarro, 2003).

A raíz de esto es necesario considerar los factores que influyen en el rendimiento escolar, tales como: factores socioeconómicos, la amplitud de los programas de estu-

dio, las metodologías de enseñanza utilizadas, la ubicación de la escuela, la comunidad, así como la participación de los padres en el proceso educativo.

“Si la educación, en cuanto actividad intencional, se orienta hacia el logro de un conjunto complejo de objetivos entre los que se incluye la adquisición de un elenco de conocimientos, habilidades intelectuales, actitudes y destrezas psicomotoras, el éxito de los sistemas y/o de los centros educativos se identifica con un rendimiento escolar aceptable, lo cual supone que los estudiantes alcancen niveles satisfactorios en los conocimientos y habilidades”(de la Orden et al., 2001).

Para poder mejorar los planes de estudio, lograr los objetivos propuestos en los mismos y conocer los factores que están influenciando en el rendimiento escolar, es necesario conocer si dichas evaluaciones están orientadas exclusivamente en los estudiantes y en su rendimiento, o sí se ha extendido a las escuelas, los docentes, padres de familia, comunidad, entre otros. La investigación acerca de los factores que permiten generar y sostener procesos de mejora han tenido distintos enfoques a lo largo de los años como “Mejoramiento Escolar” y “Eficacia Escolar”.

2.1. Mejoramiento escolar

En los últimos años de la década de los sesenta nació el movimiento teórico-práctico de “Mejora de la Escuela” (School Improvement) con la idea de que “la escuela debe ser el centro del cambio”, con su doble visión: el cambio debe ser liderado por la propia escuela y hay que centrarse en la cultura de la escuela para lograr cambiar la educación, surge la idea de la escuela como unidad básica del cambio, unidad que contempla y recoge los otros niveles (Torrecilla, 2003a).

De las muchas definiciones de mejoramiento escolar una de las más relevantes ha sido la de Velzen (2003) donde la define como: “un esfuerzo sistemático y continuo

dirigido a cambiar las condiciones de aprendizaje y otras condiciones internas asociadas en una o más escuelas, con la finalidad última de alcanzar las metas educativas más eficazmente”.

Por otro lado Stoll and Fink (1999) definen el mejoramiento escolar como una serie de procesos concurrentes y recurrentes en la cual una escuela:

- a) Aumenta los resultados del alumno;
- b) Construye su capacidad de ocuparse del cambio al margen de su procedencia;
- c) Define su propia dirección;
- d) Valora su cultura actual y trabaja para desarrollar normas culturales positivas;
- e) Cuenta con estrategias para alcanzar sus objetivos;
- f) Estimula las condiciones internas que intensifican el cambio;
- g) Mantiene el ímpetu en periodos turbulentos y
- h) Supervisa y evalúa su proceso, progreso, logro y desarrollo.

Por su parte Torreccilla (2003a) define el mejoramiento escolar como: la capacidad de la escuela para incrementar, de forma simultánea, el aprendizaje de los estudiantes y el desarrollo de la comunidad escolar con los siguientes fundamentos:

- a) Está centrado en la escuela;
- b) Implica a todo el personal del centro;
- c) Construye una comunidad de aprendizaje que incluye la comunidad escolar en su conjunto;
- d) Está guiado por la información obtenida tanto a partir de datos del centro educativo, docentes y sus estudiantes como de la literatura de investigación;
- e) Potencia el desarrollo continuo del profesorado;
- f) Fomenta la capacidad de los alumnos para aprender; y
- g) Se centra en el análisis de la enseñanza y el currículo y en el desarrollo de iniciativas para mejorarlo.

El proceso de mejoramiento escolar requiere varias condiciones: el involucramien-

to de los distintos actores, un trabajo en equipo efectivo, la toma de decisiones a partir de evidencia y contar con diversos apoyos, para poder lograr un mejoramiento en los resultados del estudiante centrado en la escuela.

Según Hopkins (2001), existen diferentes niveles de desarrollo en el mejoramiento de las escuelas. Para propiciar y mantener el avance se requiere de diferentes estrategias en cada etapa, que permitan a las escuelas potenciar su capacidad de seguir desarrollándose y entregar una educación más efectiva a sus estudiantes.

Una de las investigaciones de mayor impacto ha sido “Mejorando las Escuelas” (Gray et al., 1999) en la que se buscó indagar cómo se vuelven efectivas las escuelas a lo largo del tiempo. Allí, los autores distinguieron tres “rutas hacia el mejoramiento escolar”: tácticas, estratégicas y capacidades.

El enfoque táctico: consistiría en iniciativas de corto plazo, entre las que se incluyen acciones específicas como enfocarse en los resultados de pruebas estandarizadas, monitorear los resultados de los estudiantes, supervisar el desempeño docente, o introducir clases de reforzamiento para estudiantes más retrasados. Estos cambios son considerados parciales, limitados a un número pequeño de procesos básicos a nivel organizacional y/o pedagógico, y son lo que otros autores han llamado procesos de “normalización de la escuela”.

Enfoque estratégico: sus prioridades y trabajo tenían un mayor foco en el aula y en el aprendizaje de los estudiantes, en la conexión entre las prácticas docentes y los aprendizajes de los estudiantes, y una preocupación por el alineamiento de las prácticas pedagógicas entre diferentes niveles y subsectores.

Enfoque o ruta de desarrollo de capacidades para un mayor mejoramiento: en estas escuelas de alto nivel de efectividad existiría una comprensión compartida respecto de aquello que genera un cambio y de las debilidades institucionales, observándose

intensos procesos de reflexión colectiva, estas escuelas han generado capacidades internas para sustentar los cambios en el mediano y largo plazo.

Por otro lado las investigaciones acerca de los elementos que permiten generar y sostener procesos de mejora ha tenido distintas líneas a lo largo del tiempo. En una primera línea, se consideraba que las mejoras educativas podrán conseguirse a partir de medidas y recomendaciones que surgieran del mundo académico (ACE, 2018). Este modelo de mejora no considera las particularidades de cada contexto, y no incorpora a los docentes y miembros de las escuelas en la toma de decisiones. Ante estas falencias, surge el movimiento de “Mejoramiento Escolar”, que reivindica a la comunidad educativa como un actor de alta relevancia, entendiendo a la escuela como el centro del cambio.

Una segunda línea investigativa busca identificar elementos que ayuden a explicar la eficacia escolar en establecimientos educacionales de distintos entornos sociales, considerando factores a nivel contextual, institucional y de aula (ACE, 2018). Aquí se busca conocer qué capacidad tienen las escuelas para influenciar en el desarrollo de los estudiantes, y también conocer que hace que una escuela sea eficaz.

2.2. Eficacia escolar

Eficacia escolar se define “como aquella que consigue un desarrollo integral de todos y cada uno de sus estudiantes mayor de lo que sería esperable teniendo en cuenta su rendimiento previo y la situación social, económica y cultural de las familias”(Bustamante, 2015).

En ocasiones se tiende a confundir “Eficacia Escolar” con “Productividad Escolar” para Torrecilla (2003b) la diferencia entre ambos enfoques es radical. “Así, mientras que los estudios de productividad tienen unas raíces y desarrollo estrictamente economicista y buscan optimizar los insumos para conseguir los productos (lo que se

entiende como eficiencia), los trabajos de eficacia escolar son estudios puramente pedagógicos que interesa analizar qué procesos hacen que se consigan mejor los objetivos (es decir, eficacia)". Entonces se puede expresar que la "Eficacia Escolar" tiene una línea de investigación donde se busca conocer qué capacidad tienen las escuelas para influenciar en el desarrollo de los estudiantes, y también conocer que hace que una escuela sea eficaz.

La investigación que busca determinar los factores asociados con el rendimiento es tan antigua como la propia investigación empírica educativa; es decir, tiene más de un siglo de vida. Sin embargo, hay que fechar el nacimiento del movimiento de eficacia escolar en 1966, año en el que se publicó el "Informe Coleman". A partir de los datos obtenidos, "se apuntó que la escuela desempeñaba un papel muy limitado en el rendimiento del estudiante" (Coleman. et al., 1966). Esta conclusión generó múltiples reacciones de todo tipo entre la comunidad educativa. Por una parte, algunos estudiosos que trabajaban sobre los factores explicativos del rendimiento asumieron como válidos los resultados del estudio de Coleman y, simplemente, obviaron el nivel escuela en sus indagaciones. "De esta manera, se potenció lo que se ha llamado la perspectiva individualista o psicológica, que busca identificar los factores personales, sociales y familiares asociados al rendimiento, pero no los factores escolares"(Torrecilla, 2007).

Uno de los escépticos sobre estos resultados fue el inspector estadounidense George Weber(1971). Durante sus años de trabajo como supervisor, encontró que había escuelas que, a pesar de encontrarse en ambientes desfavorecidos, conseguían enseñar a los niños a leer y a escribir, mientras que otras no lo hacían. Por lo tanto, "estudiar en una escuela u otra sí era importante para el futuro de los estudiantes" (Weber, 1971), lo que contradecía el "Informe Coleman". Así, elaboró un estudio cuya principal novedad fue "entrar en las aulas". De esta forma, añadió los factores de proceso al modelo entrada-producto, con lo que obtuvo el modelo "input-process-product"(IPP). "En este trabajo encontró que, en efecto, había escuelas que marcaban una diferencia. Localizó algunos factores que caracterizaban a las buenas escuelas y ofreció así una

primera lista de factores de eficacia escolar”(Torrecilla, 2007).

Según Torrecilla (2008a) gracias a las investigaciones que se han realizado, se han encontrado algunos elementos fundamentales que distinguen a las escuelas eficaces, entre ellos:

- a) Metas compartidas, consenso, trabajo en equipo: sentido de comunidad.
- b) Liderazgo educativo.
- c) Clima escolar y de aula.
- d) Altas expectativas.
- e) Calidad del currículo/estrategias de enseñanza.
- f) Organización del aula.
- g) Seguimiento y evaluación.
- h) Aprendizaje organizativo / desarrollo profesional.
- i) Compromiso e implicación de la comunidad educativa.
- j) Recursos educativos.

Con ello, se han aportado útiles conocimientos tanto para desarrollar procesos de mejora en los centros escolares como para la toma de decisiones políticas .

Se han descrito dos enfoques claramente separados entre sí. Aunque las líneas de investigación de los movimientos de eficacia escolar y mejora de la escuela tienen el mismo objetivo: ayudar a los centros a educar mejor a sus estudiantes, difieren significativamente entre sí. Parten de diferentes enfoques teóricos y metodológicos, prestan atención a distintas variables y prácticas escolares (Repiso, 2000).

Por un lado los proyectos de mejora escolar se centraban básicamente en procesos de cambio específicos que, en primer lugar, implicaban al profesorado y a los directivos y en segundo lugar, a los estudiantes y a sus padres, mientras que casi siempre se olvidaban de los resultados educativos. Por otro lado, los proyectos de eficacia escolar, se centraban principalmente hacia la mejora de los resultados educativos, sobre todo el rendimiento de los estudiantes, intentando resaltar algunos cambios deseados en

los factores cruciales de eficacia (Repiso, 2000).

En estos enfoques se encuentran algunos fallos, el del movimiento de eficacia escolar es que producen muy poco conocimiento sobre los procesos vinculados al cambio; y tienen, asimismo, poco en cuenta las variaciones contextuales que pueden influir en los distintos efectos de las escuelas. Por otra parte, el fallo del movimiento de mejora está en su frecuente falta de elaboración teórica y de bases sólidas sobre las que fundamentar el cambio (Repiso, 2000).

Los agentes educativos necesitan más conocimiento teórico sobre los factores que hay que cambiar dentro de los centros y las aulas para ofrecer una educación de calidad; además, para evaluar sus éxitos necesitan estar más orientados hacia los resultados. Es por ello que “ya no es posible valorar la calidad de un centro sin tener en cuenta su clima, el trabajo colegiado de los docentes o el liderazgo. Frente a concepciones de evaluación de centros procedentes de campos ajenos a la educación, la eficacia escolar nos ha aportado ideas, surgidas de la investigación empírica, que puede ayudarnos a evaluar lo que importa”(Torrecilla, 2008a). Muchas agencias a nivel internacional realizan mecanismos de medición donde tratan de evaluar aquello que tiene importancia y que ayudará a futuras generaciones a tener escuelas eficaces.

2.3. Agencias internacionales y sus principales estudios sobre rendimiento escolar

Las agencias internacionales realizan evaluaciones que monitorean las tendencias en el rendimiento estudiantil en matemáticas, ciencias y lectura. Utilizan el currículo de matemática y español, definido en términos generales, como el concepto organizativo principal al considerar cómo se brindan las oportunidades educativas a los estudiantes, los factores que influyen, cómo debe organizarse el sistema educativo para

facilitar este aprendizaje; lo que realmente se enseña en las aulas, las características de quienes lo enseñan y cómo se enseña; y, finalmente, qué es lo que los estudiantes han aprendido y qué piensan acerca de estos temas.

También recopilan información importante sobre los contextos de los estudiantes para aprender matemáticas y español.

Según la UNESCO (2000b) en general, los sistemas de educación nacionales recurren a cuatro tipos de mecanismos de medición para controlar el aprovechamiento escolar y el rendimiento de las escuelas de enseñanza primaria en matemática y español:

- **Evaluaciones Nacionales en un Solo País (ENSP)**
Permiten a un país comparar su rendimiento con sus propios objetivos. Estas evaluaciones se han llevado a cabo en muchos países.
- **Evaluaciones Nacionales en Varios Países (ENVP)**
Permiten a un país comparar su rendimiento con sus propios objetivos. Las comparaciones entre países resultan problemáticas porque son diferentes los grupos destinatarios de las evaluaciones, los procedimientos de muestreo y los instrumentos utilizados para las pruebas. Las encuestas del PASEC, del Proyecto MLA y del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación son un ejemplo de estas evaluaciones.
- **Evaluaciones Internacionales en Varios Países (EIVP)**
Permiten las comparaciones entre países, basándose en una prueba única que se ha concebido para ajustarse a un conjunto común de los contenidos de los planes de estudios de los países participantes.
- **Evaluaciones Internacionales y Nacionales en Varios Países (EINVP)**
Permiten realizar comparaciones del tipo ENSP y ENVP a la vez. Asimismo, acepta que cada país se clasifique con respecto a los planes de estudios de los demás países participantes, lo cual posibilita un análisis enriquecedor de las

comparaciones de los rendimientos. Ejemplos de estas evaluaciones son las encuestas efectuadas en el marco del TIMSS y del PISA.

Los resultados de las evaluaciones pueden ayudar a las autoridades de la educación a conocer mejor los sistemas educativos en general y a sacar conclusiones sobre los puntos fuertes y débiles de sus propios sistemas que ayuden a tener escuelas eficaces.

“Gracias a una reciente serie de estudios nacionales e internacionales, se han adquirido nuevos conocimientos importantes sobre lo que saben y pueden hacer los estudiantes de las escuelas primarias de los países en desarrollo”(UNESCO, 2000b).

Algunos de estos estudios proporcionan información básica sobre el contexto en el que se efectúa el aprendizaje y examinan factores que contribuyen a una enseñanza y aprendizaje de calidad en las escuelas eficaces.

2.3.1. Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PI-SA)

PISA, como se le conoce por sus siglas en inglés, es el programa de la OCDE (Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico) para la evaluación internacional de estudiantes. Cada tres años evalúa a estudiantes de 15 años de todo el mundo en lectura, matemáticas y ciencias. Las pruebas están diseñadas para evaluar qué tan bien los estudiantes dominan materias clave para estar preparados para situaciones de la vida real en el mundo adulto. PISA publica los resultados de la prueba un año después de que los estudiantes son evaluados para ayudar a los gobiernos a configurar su política educativa. Ya que PISA es un programa continuo que ofrece perspectivas para la política y la práctica educativa, y que ayuda a monitorear las tendencias en adquisición de conocimientos y habilidades de los estudiantes en diferentes países y en diferentes subgrupos demográficos dentro de cada país.

Según la OCDE (2017) los resultados de PISA revelan lo que es posible en la educación al mostrar lo que los estudiantes en el más alto rendimiento y los sistemas educativos que mejoran más rápidamente pueden hacer. Los hallazgos permiten a los formuladores de políticas de todo el mundo evaluar el conocimiento y las habilidades de los estudiantes en sus propios países en comparación con los de otros países, establecen objetivos políticos contra los objetivos medibles alcanzados por otros sistemas educativos, y aprenda de las políticas y prácticas aplicadas en otros lugares. Si bien PISA no puede identificar las relaciones de causa y efecto entre las políticas/prácticas y los resultados de los estudiantes, puede mostrar a los educadores, a los responsables políticos y al público interesado cómo los sistemas educativos son similares y diferentes, y qué eso significa para los estudiantes.

2.3.2. Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE)

La educación debe ser una prioridad de las agendas de los diferentes gobiernos y las organizaciones que se dedican a la contribución de la misma. “La educación de calidad es un derecho fundamental”. Para garantizarlo, los estados miembros de la UNESCO han designado al Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) que se creó en 1994 en México, con la participación de 15 países, en el marco del proyecto principal de educación para América Latina y el Caribe (1980-2000) y es un mecanismo clave para el monitoreo y seguimiento del marco de acción de la agenda de educación 2030 y del objetivo de desarrollo sostenible N0. 4 sobre educación en la región (ANEP, 2008).

El LLECE, con asiento en la oficina regional de educación para América Latina y el Caribe, trabaja para contribuir con los nuevos desafíos que esta agenda implica, desarrollando investigaciones, llevando a cabo debates técnicos y desarrollando otras iniciativas que contribuyen a la reflexión de la agenda mundial de educación 2030, con foco en la calidad de la educación en un sentido integral y en las maneras de eva-

luarla (ANEP, 2008).

Según el Acuerdo de trabajo y estrategia de acción, los países (entre ellos Honduras) reafirmaron la importancia del laboratorio para esta región, el que fue ratificado como uno de los mecanismos clave para el monitoreo y seguimiento del marco de acción de la agenda de educación 2030 que guiará los esfuerzos de los países para el logro del objetivo de desarrollo sostenible 4 y sus metas, aprobado durante la 38 conferencia general de la UNESCO en noviembre de 2015. (ANEP, 2008).

Debido a los esfuerzos realizados por la UNESCO y LLECE la secretaria de educación de Honduras ratificó un acuerdo en el año de 1999 que permite a LLECE la elaboración de informes de lenguaje, matemática y factores asociados a la calidad de la educación (SE, 1999).

2.3.3. Tendencias en el Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS)

TIMSS, como se le conoce por sus siglas en inglés, junto con sus ampliaciones como TIMSS Aritmética y eTIMSS que es la versión electrónica de TIMSS; son proyectos de la Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo (IEA, por sus siglas en inglés). La IEA, desde 1959, ha llevado a cabo estudios internacionales comparativos sobre rendimiento educativo. Los proyectos TIMSS están dirigidos por el TIMSS y PIRLS international study center de Boston College. TIMSS junto a PIRLS, que evalúa la lectura, componen el ciclo principal de los estudios de la IEA sobre rendimiento en tres asignaturas fundamentales: matemáticas, ciencias y lectura. eTIMSS se desarrolla conjuntamente por TIMSS y PIRLS (IEA, 2019).

Para las evaluaciones TIMSS utilizan el currículo como el concepto de organización principal para investigar cómo los países participantes están brindando oportunidades educativas en matemáticas y ciencias a los estudiantes, y los factores relacionados

con la forma en que los estudiantes están utilizando estas oportunidades. Se les pide a los estudiantes, a los maestros y a los directores de las escuelas que completen cuestionarios sobre los contextos de instrucción de su escuela y aula para aprender matemáticas y ciencias (IEA, 2019).

2.3.4. Progreso en el Estudio Internacional de Alfabetización en Lectura (PIRLS)

PIRLS, como se le conoce por sus siglas en inglés, proporciona datos comparativos a nivel internacional sobre qué tan bien leen los niños, al evaluar el rendimiento en lectura de los estudiantes. También recopila información sobre: políticas curriculares nacionales en lectura; cómo se organiza el sistema educativo para facilitar el aprendizaje; entorno hogareño de los estudiantes para el aprendizaje; clima escolar y recursos; y cómo la instrucción realmente ocurre en las aulas, así como los factores que influyen en el uso de las oportunidades por parte de los estudiantes (IEA, 2001).

PIRLS es el sucesor de los estudios de la IEA, como el estudio de lectoescritura, que comenzó en 1970 y continuó hasta 1991. El estudio PIRLS en 2001 inició la tendencia de las pruebas cíclicas; PIRLS tiene una frecuencia de cinco años (IEA, 2001).

Al administrar la prueba cada cinco años, los sistemas educativos pueden controlar el rendimiento de la alfabetización de sus estudiantes a lo largo del tiempo. El ciclo actual, PIRLS 2016, es el cuarto ciclo de IEA PIRLS. Al igual que en los ciclos PIRLS anteriores (realizados en 2001, 2006 y 2011), el estudio también recopilará información extensa sobre los apoyos en el hogar para la alfabetización, el currículo y la implementación del currículo, las prácticas de instrucción y los recursos escolares en cada país participante (IEA, 2001).

2.3.5. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO)

La Oficina Regional de la UNESCO para América Latina y el Caribe (OREALC /UNESCO) que se fundó el 16 de noviembre de 1945 con el objetivo de contribuir a la paz y a la seguridad en el mundo mediante la educación, la ciencia, la cultura y las comunicaciones. Considera que la educación es un derecho humano para todos, a lo largo de la vida, y que el acceso a la instrucción debe ir acompañado de la calidad. La Organización es el único organismo de las Naciones Unidas con un mandato que abarca todos los aspectos de la educación. Se le ha encomendado liderar la Agenda Mundial de Educación 2030 a través del Objetivo de Desarrollo Sostenible 4. La hoja de ruta para la consecución de este objetivo es el marco de acción de educación 2030 (UNESCO, 2019).

2.3.6. Estudios realizados por las agencias

TIMSS

El Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias de la IEA (TIMSS 1995) fue el primero en un ciclo de cuatro años de evaluaciones de tendencias en el rendimiento de los estudiantes en matemáticas y ciencias. Más de medio millón de estudiantes fueron evaluados, y los cuestionarios recopilaron amplia información sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y las ciencias, así como de miles de maestros y directores de escuelas. TIMSS 1995 también investigó los currículos de matemáticas y ciencias de los países participantes a través de un análisis de guías curriculares, libros de texto y otros materiales curriculares. Participaron 46 países de los cuales cinco pertenecen al continente americano (IEA, 2019).

Para el año de 1999 TIMMS midió el progreso en el aprendizaje de matemáticas y ciencias de estudiantes de octavo grado. Además, en el período de cuatro años entre la primera y la segunda recopilación de datos, la población de estudiantes evaluados originalmente como estudiantes de cuarto grado pasó al octavo grado. Este desarro-

llo permitió a los países que participaron en 1995 en el cuarto grado comparar el desempeño de los estudiantes de cuarto grado en ese año con su desempeño como estudiantes de octavo grado en 1999.

También investigó los contextos para aprender matemáticas y ciencias, en los países participantes mediante el uso de cuestionarios de antecedentes. Se recopiló información sobre sistemas educativos, planes de estudio, prácticas de instrucción y características de estudiantes, maestros y escuelas. La recolección de datos principal se llevó a cabo en 1998-1999 donde participaron 39 países y solamente tres del continente americano (IEA, 2019).

Para TIMMS 2003, el objetivo era mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y las ciencias al proporcionar datos sobre el rendimiento de los estudiantes en relación con diferentes tipos de planes de estudio, prácticas de instrucción y entornos escolares.

En este ciclo, el estudio hizo más hincapié en las preguntas y tareas que ofrecerían una mejor comprensión de las habilidades y capacidades analíticas, de resolución de problemas y de investigación de los estudiantes. Para los 51 países que participaron en evaluaciones previas (1995 , 1999) de los cuales cuatro eran del continente americano, TIMSS 2003 proporcionó tendencias de tres ciclos en el octavo grado y datos sobre un segundo punto en el tiempo en el cuarto grado (IEA, 2019).

En el 2007, TIMMS evaluó el grado en que los estudiantes aprendieron los conceptos y habilidades de matemáticas y ciencias que probablemente se enseñaron en la escuela, y midió las tendencias de rendimiento para los países que participaron en un ciclo anterior. Al igual que en el ciclo anterior, las pruebas de evaluación enfatizaron ciertas preguntas y tareas que ofrecerían información sobre las habilidades analíticas, de resolución de problemas y de investigación de los estudiantes.

Además, los cuestionarios de estudiantes, maestros y escuelas proporcionaron información sobre los contextos para aprender matemáticas y ciencias, para ayudar a interpretar los resultados de logros y rastrear los cambios en las prácticas de instrucción. Participaron 62 países, cuatro pertenecientes al continente americano (IEA, 2019).

El estudio realizado por TIMMS en el año 2011 recopiló información sobre los contextos para el aprendizaje de las matemáticas y las ciencias de los estudiantes participantes, sus maestros y los directores de sus escuelas, así como datos sobre los currículos de matemáticas y ciencias en cada país. En este ciclo, se desarrollaron varias escalas de cuestionarios de contexto nuevos para ofrecer una mejor comprensión de los apoyos en el hogar y los entornos escolares para la enseñanza y el aprendizaje, con 65 países participantes, 4 del continente americano y por primera vez se contó con la participación de Honduras (IEA, 2019).

TIMMS 2015 informó el rendimiento general y los resultados según cuatro puntos de referencia internacionales (avanzado, alto, medio y bajo), por dominios de contenido principales (número, álgebra y geometría en matemáticas y ciencias de la tierra, biología y química en ciencias) , y por dominios cognitivos (saber, aplicar, y razonar). El estudio recopiló información detallada sobre el currículo y la implementación del currículo, las prácticas de instrucción y los recursos escolares (IEA, 2019).

TIMSS proporciona información importante para el desarrollo de políticas, para fomentar la responsabilidad pública, para permitir que se identifiquen y supervisen áreas de progreso o disminución en el logro, y para abordar las preocupaciones por la equidad. Es por eso que TIMSS recopiló información extensa que ayuda a obtener los factores relacionados con el aprendizaje de las matemáticas y ciencias.

En la tabla 2.1 se muestra que para 1995 se consideró información de los estudiantes, maestros, directores de escuela y sobre currículos. Para 1999 se agregó información sobre prácticas de instrucción. Para 2007 se consideró las características de los

centros de estudio. En 2011 se agregó información sobre contextos del hogar y para 2015 información sobre características y políticas escolares.

Factores asociados TIMMS					
1995	1999	2003	2007	2011	2015
<ol style="list-style-type: none"> 1. Materiales didácticos 2. Maestros y directivos de centro 3. Planes de estudio 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Sistemas educativos 2. Planes de estudios 3. Prácticas de instrucción 4. Características de los estudiantes 5. Maestros y la escuela 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Planes de estudio 2. Prácticas de instrucción. 3. Entornos escolares 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Habilidades analíticas 2. Características de los estudiantes maestros y la escuela 3. Planes de estudio 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Características de los estudiantes Maestros y directores 2. Apoyo en el hogar 3. Entorno escolar 4. Planes de estudio 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Currículo 2. Implementación del currículo 3. Prácticas de instrucción Recursos escolares 4. Planes de estudio

Tabla 2.1: Factores asociados TIMMS

PIRLS

PIRLS 2001 fue el primer ciclo de evaluaciones para medir las tendencias en el rendimiento de la lectura de los niños, y las políticas y prácticas relacionadas con la alfabetización. El estudio examinó tres aspectos de la alfabetización lectora: los procesos de comprensión, los propósitos de la lectura y el comportamiento y las actitudes de la alfabetización lectora. 35 países participaron en el primer ciclo donde se evaluaron los estudiantes matriculados en el cuarto grado, de esos países cinco pertenecían al continente americano (IEA, 2011).

PIRLS 2006 evaluó una variedad de estrategias de comprensión lectora para dos propósitos principales de lectura: literario e informativo. La prueba de comprensión de lectura de los estudiantes abordó cuatro procesos:

- Recuperación de información explícitamente declarada.
- Hacer inferencias directas.
- Interpretación e integración de ideas e información.
- Examen y evaluación de contenidos, lenguaje y elementos textuales.

El cuestionario del estudiante recopiló información sobre las actitudes de los estudiantes hacia la lectura y sus hábitos de lectura. Además, los cuestionarios para padres, maestros y escuelas recopilaron información sobre las experiencias del hogar y la escuela de los estudiantes en el desarrollo de la alfabetización en lectura. Un cuestionario especial recopiló información sobre el contexto nacional de cada país participante, incluidos los objetivos de lectura y los planes de estudio (Mullis et al., 2006).

Para el segundo ciclo del estudio, 41 países participaron evaluando estudiantes de cuarto grado. De esos países tres pertenecían al continente americano.

En PIRLS 2011 se combinó pasajes de evaluación de lectura recientemente desarrollados y preguntas para 2011 con una selección de pasajes de evaluación segura

y preguntas de 2001 y 2006, el estudio ofreció una evaluación de vanguardia de la comprensión de lectura que permitió la medición de cambios desde 2001. El estudio también examinó las políticas y prácticas nacionales de los países relacionadas con la alfabetización. Un conjunto de cuestionarios para estudiantes, padres / cuidadores, maestros y directores de escuelas recopilaron datos sobre las experiencias que los niños pequeños tienen en el hogar y la escuela cuando aprenden a leer (IEA, 2011).

La población para PIRLS 2011 consistió de estudiantes en el grado que representa cuatro años de escolaridad, siempre que la edad media en el momento de la prueba fuera de al menos 9.5 años. En el ciclo de 2011, se ofreció prePIRLS (ahora conocido como Alfabetización PIRLS) para evaluar las habilidades básicas de lectura como un puente para PIRLS, para los países donde la mayoría de los niños aún desarrollan habilidades fundamentales de lectura al final del ciclo de la escuela primaria para el quinto o sexto grado, la IEA alentó la participación en PIRLS en esos grados. Se contó con la participación de 52 países de los cuales cinco eran del continente americano y por primera vez la participación de Honduras (IEA, 2011).

PIRLS 2016 se lanzó el 5 de diciembre de 2017. También recopila información extensa sobre los apoyos en el hogar para la alfabetización, la implementación del currículo y el currículo, las prácticas de instrucción y los recursos escolares en cada país participante. En este ciclo hubo dos iniciativas adicionales:

1. La evaluación y alfabetización de PIRLS (anteriormente conocida como pre-PIRLS) su propósito es extender la medición efectiva de la alfabetización en lectura en el extremo inferior de la escala de logros (IEA, 2011).
2. La evaluación de lectura basada en computadora ePIRLS, midiendo la capacidad de los estudiantes para adquirir y usar información cuando se lee en línea. La evaluación abarca un entorno atractivo y simulado de internet con asignaciones auténticas de tipo escolar sobre temas de ciencias y estudios sociales. La escala de logros de lectura en línea de ePIRLS permite a los países examinar el

rendimiento de lectura en línea de sus estudiantes de cuarto grado en relación con su desempeño en las escalas de logros de lectura de PIRLS en este estudio participaron 50 países de los cuales cinco eran del continente americano (IEA, 2011).

En la Tabla 2.2 se puede observar que para el 2001 se consideran información sobre cómo se organiza el sistema educativo para facilitar el aprendizaje, el clima y los recursos escolares y cómo la instrucción usualmente ocurre en el salón de clases. Para 2006 se agrega información sobre el entorno del hogar de los estudiantes y ayudas para el aprendizaje. Para 2011 se agrega información sobre las políticas educativas de los países, así como información del nivel de educación de los docentes. Para 2016 se agrega información sobre políticas curriculares nacionales en lectura; cómo se organiza el sistema educativo para facilitar el aprendizaje.

La información recopilada sobre los factores contextuales en el hogar y la escuela que están asociados con la enseñanza y el aprendizaje de la lectura permiten a los países ver la efectividad de sus sistemas educativos y así tomar las decisiones oportunas para mejorar la calidad educativa.

Factores asociados PIRLS			
2001	2006	2011	2016
<ol style="list-style-type: none"> 1. Procesos de comprensión 2. Los propósitos de la lectura 3. Actitudes y hábitos de lectura 4. Actividades de la casa fomentando la alfabetización 5. Plan de estudios y organización escolar. 6. Instrucción de lectura 7. Contextos escolares 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Actitudes de los estudiantes hacia la lectura 2. Hábitos de lectura. 3. Las experiencias del hogar y la escuela en el desarrollo de la alfabetización en lectura. 4. El contexto nacional 5. Los objetivos de lectura 6. Los planes de estudio 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Las políticas y prácticas nacionales de los países relacionadas con la alfabetización 2. Experiencias los niños en el hogar y la escuela cuando aprenden a leer 3. Formación docente y satisfacción profesional 4. Actitudes de los estudiantes 5. Instrucción lectora 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Apoyo en el hogar 2. El currículo 3. Implementación del currículo 4. Prácticas de instrucción 5. Los recursos Escolares 6. Actitudes de los estudiantes hacia la lectura

Tabla 2.2: Factores asociados PIRLS

La UNESCO, estudio para Latinoamérica

En noviembre de 1998 se publicó por la UNESCO el “Primer Estudio Internacional Comparativo sobre Lenguaje, Matemática y Factores Asociados en Tercero Cuarto Grado de Educación Primaria” (PERCE), donde la primera observación general a emitir respecto del impacto de los hallazgos del estudio sobre las políticas educativas en la región, es que las variaciones en rendimiento según estrato (mega-ciudad, urbano, rural, público, privado) son una indicación de evidencias que relacionan los estratos y los rendimientos, y que por ello es posible establecer orientaciones que afecten a tales políticas (UNESCO, 1998).

Los estratos utilizados permiten ver las diferencias sobre las políticas educativas aplicadas según la cantidad de habitantes, la ubicación de la escuela, la dirección de la escuela y la manera en que estas afectan el rendimiento de los estudiantes. Un segundo aspecto a señalar es que en los países donde tiene lugar la aplicación de innovaciones pedagógicas e innovaciones en gestión, donde se combinan elementos de insumos y de procesos pedagógicos, donde existe un alto nivel de voluntad política expresada en la prioridad presupuestaria para la educación y reformas educativas en marcha o finalizadas, se logran mejores resultados (UNESCO, 1998).

En los diferentes países de Latinoamérica las escuelas con mayor apoyo político tendrán un mejor rendimiento escolar frente a escuelas donde no hay voluntad política ya que estas carecen de recursos tanto humano como pedagógicos, para que esta situación cambie se debe dejar de pensar en favorecer a los mismos. Un tercer aspecto es que si bien existen variaciones de rendimientos entre los países, no existen evidencias para afirmar que hay diferencias significativas entre ellos (UNESCO, 1998).

En cuarto lugar, con relación a la educación en condiciones de ruralidad es importante apreciar que, existen rendimientos diferenciados entre lenguaje y matemática en este sector y que los sitúan alrededor de la media regional, y en algunos casos

superan los resultados de escuelas en mega-ciudad y urbanas. En consecuencia, los rendimientos de la educación rural pueden ser mejorados mediante acciones focalizadas. El factor lenguaje en sociedades multilingües es, sin embargo, un elemento que pesa en los resultados (UNESCO, 1998).

Se podría considerar que los resultados del rendimiento escolar en ruralidad se deben más a los procesos educativos aplicados en ellas, que el hecho de ser escuelas rurales o urbanas. Por último, es de notar que si bien las escuelas privadas tienden a tener mejores puntajes que las públicas, esta supremacía no se verifica en todos los casos. En lo que dice relación al diferencial de logro entre tercer y cuarto grado en lenguaje, las escuelas bajo administración pública, logran puntajes más altos que las privadas en la mayoría de los países. Sin embargo, en cuanto al diferencial de logro en matemática, los mejores puntajes se encuentran mayoritariamente en las escuelas bajo administración privada (UNESCO, 1998).

Se considera que más allá de ser diferentes por la forma de administración, lo son por el nivel sociocultural de los padres y por la forma en que el proceso educativo se lleva a cabo en el aula. En un segundo informe que se presentó sobre el “primer estudio internacional comparativo sobre lenguaje, matemática y factores asociados en tercero, cuarto grado de educación primaria” donde se incorporó el análisis de aquellos factores que gravitan de una u otra forma en el aprendizaje de los estudiantes en lenguaje y matemática. Los factores que se estudiaron fueron: en el ámbito del director y de la gestión escolar, razón alumno/maestro, formación inicial y capacitación de los profesores, experiencia docente, actitudes, opiniones y condiciones laborales de los maestros, atribuciones de causas percibidas por los docentes, estrategias de aula, niveles de escolaridad de los tutores (UNESCO, 2000a).

En el segundo estudio regional comparativo del tercer y sexto grado de educación primaria en América Latina y el Caribe en las áreas de matemática, lenguaje (lectura y escritura) y ciencias (SERCE). Publicado por la UNESCO evalúa y compara el

desempeño alcanzado por estudiantes latinoamericanos de educación primaria en las áreas de lenguaje, matemática y ciencias de la naturaleza y busca explicarlo a partir de distintos factores escolares y de contexto. Con la pretensión de generar conocimiento relevante para la toma de decisiones de política educativa y para mejorar las prácticas docentes y escolares, y así, en última instancia, promover una mayor equidad en la distribución del aprendizaje en los sistemas educativos de la región (UNESCO, 2008).

Los factores que se analizaron en este estudio fueron: nivel socioeconómico y cultural, prácticas educativas del hogar, participación de la familia en la escuela, clima escolar positivo y clima escolar negativo, organización del aula, disponibilidad de libros y materiales en la escuela, infraestructura de escuela, satisfacción docente, programas compensatorios (UNESCO, 2013).

A diferencia del primer estudio, en este estudio se consideró el nivel socioeconómico, cultural y las prácticas educativas en el hogar, que son factores externos del aula de clases. Ya que el rendimiento de los estudiantes también se ve afectado por factores externos, desde el entorno familiar, hasta la demografía.

Los resultados del Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE), implementado en el año 2013 en cooperación con las coordinaciones nacionales de los países participantes. El propósito principal de este estudio fue evaluar la calidad de la educación en términos de logro de aprendizaje en los países participantes de América Latina y el Caribe, e identificar factores asociados a este logro, tales como: antecedentes escolares, prácticas educativas del hogar, características socioeconómicas, demográficas y culturales, formación docente, asistencia y puntualidad docente, recursos del aula, prácticas del aula, desigualdad en los resultados académicos entre escuelas y al interior de estas, población que atiende las escuelas, tipo de escuela y entorno social, recursos escolares, procesos en las escuelas.

En este sentido, el TERCE no solamente entrega un diagnóstico de la situación a

partir del logro de aprendizaje, sino que también busca aportar a la mejora educativa bajo el supuesto que conocer los factores asociados ayuda en la formulación de políticas públicas y la revisión de prácticas educativas. El TERCE evaluó logros de aprendizaje en las disciplinas de lenguaje (lectura y escritura) y matemática en tercer y sexto grados de primaria y, además, ciencias naturales en sexto grado. Además de las pruebas, se aplicó una serie de cuestionarios de contexto (a estudiantes, familias, profesores y directores) para recoger información de los factores asociados al aprendizaje y aportar así a la dimensión explicativa del estudio (UNESCO, 2016c).

Los resultados del El Cuarto Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE), implementado en el año 2019 en cooperación con las coordinaciones nacionales de los países participantes y presentados al público en noviembre del 2021 (UNESCO, 2021a). El propósito principal de este estudio fue ofrecer evidencia empírica a los países para identificar aquellas variables de política y práctica educativa que será prioritario modificar para mejorar los logros y la equidad en los aprendizajes, e identificar factores asociados a este logro, tales como: nivel socioeconómico de la familia, asistencia del estudiante a educación preescolar, pertenencia del estudiante a etnia o pueblo indígena, repitencia, inasistencia a la escuela, días de estudio a la semana, involucramiento parental en el aprendizaje, expectativas educativas de los padres, expectativas educativas de los profesores, interés de los docentes por el bienestar de los estudiantes, apoyo al aprendizaje de los estudiantes por parte del docente, organización de la enseñanza por parte del docente, interrupción en el aula, nivel socioeconómico de la escuela administración escolar privada, escuela en lugar urbano.

El ERCE evaluó logros de aprendizaje en las disciplinas de matemática, lenguaje y ciencias de estudiantes de tercer y sexto grado de educación primaria. Además este estudio se basa en la información recabada en cinco cuestionarios de contexto para: a) estudiantes de tercer grado, b) estudiantes de sexto grado, c) familias de los estudiantes, d) docentes y e) directores de las escuelas a las que asisten los estudiantes, permitiendo a cada país mirar dónde están sus estudiantes en materia de logro escolar

en un panorama comparativo regional, saber si lo que sus estudiantes están recibiendo en la sala de clases responde a lo que se espera que aprendan, valorar cuánto han progresado en estos últimos años e identificar cuáles son los desafíos hacia adelante (UNESCO, 2021a).

En promedio, la región no evidenció un avance significativo en ninguna de las áreas o grados evaluados por este estudio. Es preocupante además que ahora, por causa de la pandemia (COVID-19), estos aprendizajes, que ya eran bajos en 2019, van a ver un gran retroceso frente a lo que este estudio presenta a la comunidad educativa de América Latina y el Caribe.

Los resultados presentados en la Tabla 2.3 dan cuenta de distintos factores que ayudan a comprender el desempeño académico de los estudiantes, “Las brechas de aprendizaje se explican por dos grandes dimensiones. Por un lado, existen diferencias importantes en los recursos y procesos de las escuelas, por otro lado, la gran magnitud de las disparidades sociales en la región” (UNESCO, 2016a).

En el primer estudio los factores asociados estaban relacionados con el entorno escolar, ayudando a entender el desempeño de los estudiantes. Para el segundo estudio se incluyeron los factores asociados con el entorno social e institucional, así como los recursos de las escuelas, ya que estos también inciden en el aprendizaje de los estudiantes de manera directa. Para el tercer estudio se agregaron factores asociados como las prácticas en los hogares de los estudiantes, pues estas pueden potenciar el logro académico, ya que cuando los padres supervisan las actividades realizadas en la escuela, las tareas y las notas, los estudiantes alcanzan niveles mayores de logro académico. Para el cuarto estudio se agregaron factores asociados a las prácticas docentes como interacción pedagógica y experiencia docente, ya que el desempeño y las disposiciones de los docentes tienen influencia en aprendizaje de los estudiantes.

Factores asociados UNESCO			
Primer estudio PERCE	Segundo Estudio SERCE	Tercer Estudio TERCE	Cuarto Estudio ERCE
<ol style="list-style-type: none"> 1. En el ámbito del director y de la gestión escolar 2. Razón alumno/maestro 3. Formación inicial y capacitación de los profesores 4. Experiencia docente, actitudes, opiniones y condiciones laborales de los maestros 5. Atribuciones de causas percibidas por los docentes 6. Estrategias de aula, 7. Niveles de escolaridad de los tutores 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Nivel socioeconómico y cultural 2. Prácticas educativas del hogar 3. Participación de la familia en la escuela 4. Clima escolar positivo y clima escolar negativo 5. Organización del aula 6. Disponibilidad de libros y materiales en la escuela 7. Infraestructura de escuela 8. Satisfacción docente 9. Programas compensatorios. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Antecedentes escolares 2. Prácticas educativas del hogar 3. Características socioeconómicas, demográficas y culturales, 4. Formación docente 5. Asistencia y puntualidad docente 6. Recursos del aula, Prácticas del aula 7. Desigualdad en los resultados académicos entre escuelas y al interior de estas 8. Población que atiende las escuelas 9. Tipo de escuela y entorno social 10. Recursos escolares 11. Procesos en las escuelas 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Nivel socioeconómico de la familia 2. Antecedentes académicos de los estudiantes 3. Expectativas de escolaridad futura 4. Uso de tecnologías de la información y comunicación 5. Grupos minoritarios 6. Tiempo de exposición a la enseñanza 7. Género 8. Involucramiento parental 9. Disposiciones del aprendizaje 10. Preparación para la enseñanza 11. Interacción pedagógica 12. Manejo del aula 13. Responsabilidades profesionales 14. Contexto de la escuela 15. Ambiente escolar 16. Recursos de aprendizaje 17. Liderazgo y gestión escolar 18. Jornada escolar

Tabla 2.3: Factores asociados UNESCO

2.4. Agencias dedicadas a realizar estudios sobre rendimiento escolar en Honduras

Las agencias nacionales en colaboración con la Secretaría de Educación realizan evaluaciones que reflejan el rendimiento escolar en matemática y español, con la finalidad de mejorar la calidad de la educación basados en los estándares nacionales.

Como parte de este proceso también realizan el levantamiento de encuestas sobre variables que pueden ayudar a explicar los resultados obtenidos por los estudiantes.

2.4.1. El Proyecto Mejorando el Impacto al Desempeño Estudiantil de Honduras, por sus siglas MIDEH

El Proyecto Mejorando el Impacto en el Desempeño Estudiantil de Honduras (MIDEH) creado en 2004, fue ejecutado por los Institutos Americanos para la Investigación (AIR) fundada en 1946 como una organización sin fines de lucro. MIDEH apoyó al gobierno de Honduras para mejorar la calidad de la educación mediante la construcción y el mantenimiento de una reforma educativa basada en estándares nacionales. A través de un esfuerzo de colaboración entre USAID y la Secretaría de Educación (SE) en Honduras, el proyecto estableció un sistema de evaluación de la educación y una “cultura de evaluación”(Research, 2019).

A finales del año 2017 se llevó a cabo la evaluación de los logros de aprendizaje por parte del proyecto MIDEH y la Secretaría de Educación. Como parte de este proceso también se incluyó el levantamiento de encuestas sobre variables que pueden ayudar a explicar los resultados de la evaluación del aprendizaje, la información recolectada incluía elementos del contexto escolar, de los procesos de aula y de los estudiantes y su familia.

Los factores seleccionados fueron: materiales educativos, formación académica, experiencia profesional, migración, nivel centro educativo, violencia escolar, gestión pe-

dagógica, tamaño del centro educativo, jornada escolar, clima escolar, materiales educativos a nivel de aula, condición laboral, metodología de la enseñanza, clima de aula, características sociodemográficas del alumno, migración nivel individual, violencia a nivel individual, trabajo infantil, historia educativa, asistencia, expectativas educativas, padres de familia. Estos factores son considerados clave para la interpretación de los resultados de aprendizajes (MIDEH, 2017).

2.4.2. Unidad Externa de Medición de la Calidad de la Educación, por sus siglas UMCE

La Unidad Externa de Medición de la Calidad de la Educación (UMCE) da inicio a sus labores en 1996, mediante convenio firmado entre la Secretaría de Educación y la UPNFM en 1995. Actualmente la UMCE es parte del Instituto de Investigación y Evaluación Educativa y Sociales (INIEES), que es una Unidad Técnica Especializada de la Vicerrectoría de Investigación y Postgrado (VRIP). Creado y Organizado en el año 2006, con la finalidad de dirigir y coordinar en forma sistemática la labor de investigación realizada en la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán de Honduras (UPNFM). El objetivo de la UMCE es generar la capacidad institucional y técnica en Honduras para la evaluación externa del logro académico de los estudiantes del nivel primario y elaborar instrumentos de investigación para estudiar los factores asociados a este rendimiento. Sobre la base de evaluaciones anuales de muestras representativas de estudiantes de los diferentes grados en español y matemática, la UMCE debe sugerir recomendaciones con respecto a modificaciones de currículo, el diseño de libros de textos, la promoción estudiantil y las prácticas de capacitación de maestros (PREAL, 2002).

En el año 2017 la UMCE presentó el informe “Seguimiento a Indicadores Educativos 2016, Plan de Nación 2010-2022: Factores Asociados al Rendimiento Académico”. Donde además de dar cuentas de los logros en los indicadores educativos, presentó un

análisis de algunos factores asociados a los aprendizajes de los estudiantes en relación a las asignaturas de español y matemática, con el fin de ayudar a entender los logros de los estudiantes y dar soporte a la toma de decisiones del país. Los factores que se estudiaron fueron: edad, experiencia docente, índice de formación académica, tiempo para llegar al centro educativo, número de otros trabajos, índice de cursos recibidos, índice actividades que realiza, experiencia, índice de acompañamiento, servicios que presta el centro, instalaciones, personal en el centro, riesgo de la comunidad, programas que funciona en el centro, días faltados por los estudiantes, estudiantes por aula, recursos por aula, recursos para la clase.

Para septiembre de 2018 la UMCE presentó el informe: “Factores Asociados al Rendimiento Académico 2017, Plan de Nación 2010-2022”. Con el propósito de analizar los factores que se asocian al rendimiento académico de estudiantes del tercero, sexto y noveno grado, y el peso que estos tienen para explicar el rendimiento académico. Los factores que se estudiaron fueron: estructura familiar, nivel socio económico, nivel educativo de los padres, capital cultural de los padres, violencia intrafamiliar, la automotivación, nutrición infantil, formación académica y experiencia del docente, clima del aula, condiciones laborales, metodología de enseñanza, acceso a materiales educativos, condiciones del centro educativo, programas escolares.

2.5. Modelos estadísticos utilizados en los estudios sobre factores asociados al rendimiento escolar

En la década de los noventa el uso de modelos en la investigación sobre eficacia escolar constituye una interesante propuesta realizada por Samuel Stringfield (1994). Según Bustamante (2015) esta propuesta expresa tres razones que considera de interés para elaborar modelos. En primer lugar, un modelo ofrece a los investigadores del área una fuente de información que permite considerar, relacionar entre sí, y ten-

der puentes sobre la investigación previa. En segundo lugar, permite abrir una serie de caminos, o alternativas, para desarrollar investigaciones futuras que, guiarán en la toma de las decisiones políticas relacionadas con la eficacia escolar. En tercer lugar, los modelos proporcionan una visión panorámica de las diferentes rutas de investigación posibles .

Es por esto que las agencias dedicadas a realizar estudios sobre rendimiento escolar, utilizan diferentes modelos en el análisis de los factores asociados al rendimiento escolar, para fomentar la generación de conocimiento e información que permita orientar las políticas públicas pertinentes en cada país.

El estudio TIMSS informa el rendimiento de los estudiantes a través de puntajes de escala derivados de la escala de la teoría de respuesta al ítem, (por sus siglas en inglés, IRT). Este enfoque permite resumir el rendimiento de una muestra de estudiantes en un área temática en una escala común o una serie de escalas, incluso cuando a los diferentes estudiantes se les han administrado diferentes ítems. La escala común permite informar sobre las relaciones entre las características de los estudiantes (en base a las respuestas a los cuestionarios de antecedentes) y su desempeño en matemáticas y ciencias (Martin and Kelly, 1998). Este modelo también es utilizado por PIRLS.

La UNESCO en los análisis del Primer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (PERCE) empleó modelos jerárquicos lineales, los cuales corresponden a una particular técnica de regresión diseñada para utilizar y aprovechar la estructura jerárquica propia de los datos provenientes del ámbito educativo (UNESCO, 2000a). Para el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE) se analizan los factores asociados al logro cognitivo de estudiantes en América Latina y el Caribe con los métodos de ecuaciones estructurales y modelaje jerárquico lineal. Donde se destaca los beneficios y desafíos de ambos métodos de análisis y los principales problemas de los cuestionarios y datos de SERCE (UNESCO, 2013). En el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE) se utilizó modelos multinivel, ya que es un método de modelación de datos en los cuales la información está organizada de for-

ma natural en una estructura anidada, lo cual permite que los datos pertenecientes a una misma entidad se encuentren relacionados. Dada la complejidad de la muestra, fue necesario utilizar esta técnica que considera la estructura anidada al momento de analizar la información. Con ello, los modelos multinivel logran: estimar regresiones para cada unidad de agregación, corregir por la dependencia de las observaciones, los errores son más grandes y su estructura más compleja. (UNESCO, 2016b). Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE), el análisis se basó en el enfoque adoptado para TERCE, ya que se reconoce que los distintos factores asociados se observan a diferentes niveles (Individual-familia, clase-escuela), para factores individuales se producen resultados empleando modelos de regresión poblacional, para factores docente y escuela se producen resultados ajustando modelos multinivel. La relación entre factores asociados y logro se presentaron en dos versiones con y sin control de la condición socioeconómica de los estudiantes y escuela (UNESCO, 2021b).

La Unidad Externa de Medición de la Calidad Educativa (UMCE) en el análisis de factores asociados empleó modelos multinivel ya que se realiza un ajuste de datos para cada nivel de forma individual (UMCE, 2018).

El Proyecto Mejorando el Impacto al Desempeño Estudiantil de Honduras (MIDEH) en el análisis de factores hizo uso de la regresión lineal de mínimos cuadrados ordinarios, la cual permite establecer qué peso tiene cada factor sobre el desempeño (MIDEH, 2017).

Como se mencionó antes existen diferentes modelos estadísticos utilizados en los estudios sobre rendimiento escolar, entre ellos se destacan:

2.5.1. Modelo regresión lineal

La regresión lineal por su parte, trata de establecer la contribución independiente de diversas variables sobre la variable criterio, que en los estudios de rendimiento académico está representada por los resultados obtenidos en pruebas objetivas de ren-

dimiento. La variación total de la variable rendimiento puede dividirse en tres partes: la varianza que se atribuye a cada variable explicativa de forma independiente, la varianza que se atribuye al conjunto de todas las variables predictivas, y la parte de varianza que no puede explicarse por el modelo de regresión o varianza residual.

Las técnicas o procedimientos fundamentales de partición de esta varianza son tres: partición incremental o análisis jerárquico de la varianza (consiste en ir añadiendo sucesivas variables en la ecuación de predicción, a la vez que se examina la significación del incremento que aporta cada variable); descomposición simétrica de la varianza o análisis de comunalidades (determina la proporción de varianza de la variable criterio, que se atribuye a cada variable predictora de forma independiente y única y la proporción que se atribuye a las combinaciones de éstas) y método paso a paso de selección de variables (se selecciona entre un conjunto amplio de variables aquellas con mayor componente de singularidad) (de la Orden et al., 2001).

La regresión lineal o ajuste lineal es un modelo matemático usado para aproximar la relación de dependencia entre una variable dependiente y_i , las variables independientes x_i y un término aleatorio u . Este modelo puede ser expresado como:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i \quad (2.1)$$

Donde

y_i : Variable dependiente, explicada o regresando.

x_i : Variables explicativas, independientes o regresores.

β_1, β_2 : Parámetros fijos y desconocidos.

u_i : Error de estimación.

En el caso más sencillo, la regresión lineal con una sola variable explicativa, es una recta: $y = \beta_1 + \beta_2 x + u$. La adición de variables conduce al análisis de los modelos de regresión múltiple, es decir, modelos en los cuales la variable dependiente, y , depende de dos o más variables explicativas, o regresoras.

En el modelo de regresión lineal múltiple viene dado por la siguiente expresión (Jimenez, 1994):

$$y = \beta_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_3 + \dots + \beta_kx_k + u \quad (2.2)$$

Donde u es la perturbación aleatoria y $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_k$ los parámetros que son fijos y desconocidos.

En (2.2) se pueden distinguir dos componentes: un componente sistemático $\beta_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_3 + \dots + \beta_kx_k$ y la perturbación aleatoria u . Llamando μ_y al componente sistemático, podemos escribir:

$$\mu_y = \beta_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_3 + \dots + \beta_kx_k \quad (2.3)$$

Esta ecuación es conocida como función de regresión poblacional (FRP). Cuando $k=2$, la FRP es específicamente una línea recta, cuando $k=3$, la FRP es específicamente un plano y, por último, cuando $k > 3$, la FRP es denominada genéricamente hiperplano, que no es susceptible de ser representado físicamente.

2.5.2. Modelos lineales multinivel

Los modelos multinivel son, en esencia, ampliaciones de los modelos de regresión lineal, de tal forma que en realidad son varios modelos lineales para cada nivel. Así, los modelos del primer nivel están relacionados con uno de segundo nivel en el que los coeficientes de regresión del nivel 1 se regresan en un segundo nivel de variables explicativas y así sucesivamente para los diferentes niveles.

Modelo multinivel a partir de una ecuación de regresión lineal con dos variables independientes:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1x_{1i} + \beta_2x_{2i} + \varepsilon_i \quad (2.4)$$

Si el intercepto β_0 pueda tomar diferentes valores en función de un segundo nivel, la ecuación quedará:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_1 x_{1ij} + \beta_2 x_{2ij} + \varepsilon_{ij}, \beta_{0j} = \beta_0 + \mu_{0j} \quad (2.5)$$

Donde:

y_{ij} : es la variable respuesta al i-ésimo individuo en el grupo j.

ε_{ij} : es el error y se distribuye normalmente con una varianza constante e igual a $\sigma_{\varepsilon 0}^2$.

β_{0j} : es el promedio de y del grupo j-ésimo.

β_0 : representa el “gran promedio” de y para la población.

μ_{0j} : es el efecto aleatorio asociado al grupo j-ésimo y se supone que tiene media cero y una varianza $\sigma_{\mu 0}^2$.

Si, además de hacer variar el intercepto, las pendientes son diferentes para cada grupo, se tiene la siguiente ecuación:

Nivel 1:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} x_{1ij} + \beta_{2j} x_{2ij} + \varepsilon_{ij}$$

Nivel 2:

$$\beta_{0j} = \beta_0 + \mu_{0j}, \beta_{1j} = \beta_1 + \mu_{1j}, \beta_{2j} = \beta_2 + \mu_{2j}$$

$$\text{Con } \begin{bmatrix} \mu_{0j} \\ \mu_{10j} \\ \mu_{20j} \end{bmatrix} \sim N(0, \Omega_{\mu}) : \Omega_{\mu} = \begin{bmatrix} \sigma_{\mu 0}^2 & & \\ \sigma_{\mu 10} & \sigma_{\mu 1}^2 & \\ \sigma_{\mu 20} & \sigma_{\mu 21} & \sigma_{\mu 2}^2 \end{bmatrix}$$

$[e_{0ij}] \sim N(0, \Omega_e) : \Omega_e = [\sigma_{\varepsilon 0}^2]$ para más niveles, el planteamiento es análogo.

2.5.3. Modelos de análisis de estructuras de covarianza o ecuaciones estructurales

El modelo de ecuaciones estructurales (por sus siglas en inglés, SEM), es una técnica para analizar datos multivariados. Los modelos de ecuaciones estructurales van más allá de los modelos de regresión simple para incorporar múltiples variables independientes y dependientes, así como construcciones latentes hipotéticas que podrían

representar grupos de variables observadas. También proporcionan una forma de probar el conjunto específico de relaciones entre las variables observadas y latentes como un todo, y permiten probar la teoría incluso cuando no es posible realizar experimentos (Savalei and Bentler, 2006).

Se denomina modelo de ecuaciones estructurales completo, a un conjunto de ecuaciones lineales que expresan las relaciones entre las variables. Las ecuaciones contienen variables aleatorias y parámetros estructurales (que expresan las relaciones entre las variables). Las variables que son causa de otras variables y cuya variabilidad se asume que es causada por otras variables no consideradas en el modelo se denominan variables exógenas (las independientes). Las variables cuya variación es explicada por las variables exógenas, o por otras variables del sistema, se denominan variables endógenas (las dependientes) (Díaz, 2008).

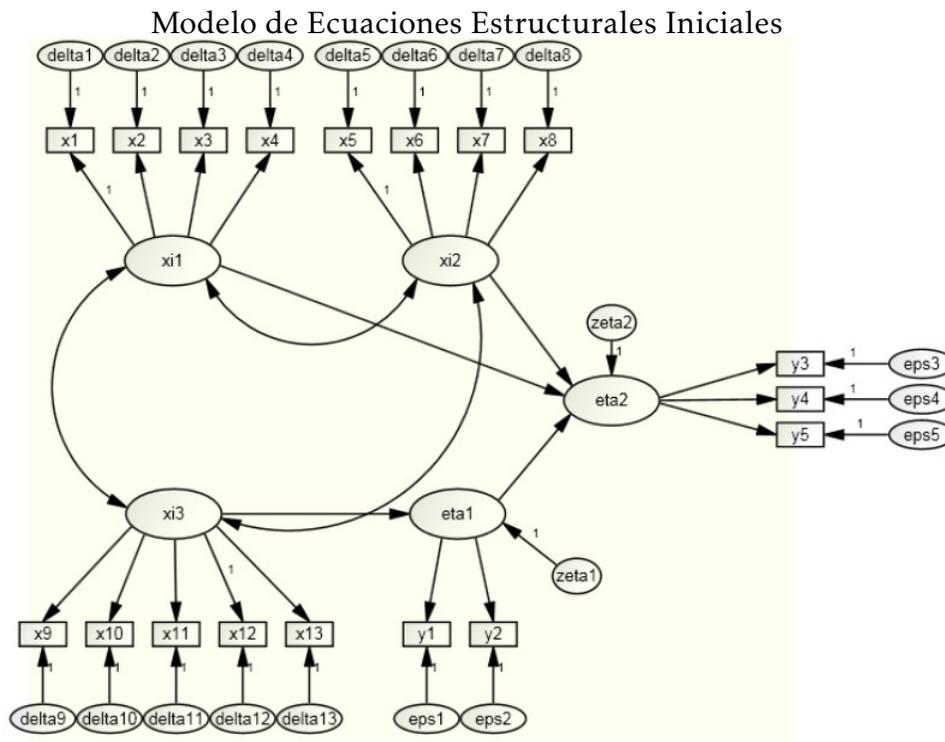


Figura 2.1: Ejemplo de modelo de ecuaciones estructurales (Veiga, 2011)

La estructura que sigue este tipo de ecuaciones de los sub-modelos estructurales se puede expresar de la siguiente forma:

$$\eta = \beta\eta + \Gamma\xi + \zeta \quad (2.6)$$

Donde:

η : Es un vector $p \times 1$ de variables endógenas latentes.

ξ : Es un vector $q \times 1$ de variables exógenas.

Γ : Es una matriz $p \times q$ de coeficientes γ_{ij} que relacionan las variables latentes exógenas (ξ) con las endógenas (η).

β : Es una matriz $q \times q$ de coeficientes que relacionan las variables latentes endógenas entre sí.

ζ : Es un vector $q \times 1$ de errores o términos de perturbación. Indican que las variables endógenas no son perfectamente predichas por las ecuaciones estructurales.

Por otra parte, las variables latentes están relacionadas con variables observables a través del sub-modelo de medida, que está definido tanto por variables endógenas como por variables exógenas a través de las siguientes expresiones:

$$y = \Lambda_y\eta + \varepsilon, x = \Lambda_x\xi + \delta \quad (2.7)$$

Donde:

η : Es un vector $m \times 1$ de variables latentes endógenas.

ξ : Es un vector $k \times 1$ de variables latentes endógenas.

Λ_y : Es una matriz $q \times k$ de coeficientes de variables exógenas.

Λ_x : Es una matriz $p \times m$ de coeficientes de variables endógenas.

δ : Es un vector $q \times 1$ de errores de medición para los indicadores exógenos.

ε : Es un vector $p \times 1$ de errores de medición para los indicadores endógenos.

En los siguientes capítulos se tratarán los modelos de: regresión múltiple, lineales jerárquicos, y de ecuaciones estructurales.

Capítulo 3

Modelos de regresión múltiple

En este capítulo se hace una descripción del modelo lineal general, así como sus supuestos. Se describen algunas de las pruebas para detectar multicolinealidad, heterocedasticidad y normalidad en los modelos, también se describen algunos de los criterios más utilizados para selección de modelos lineales y se define el método de componentes principales, ya que se utilizó para la elaboración de índices.

Se presentan cuatro modelos para el análisis de factores de rendimiento escolar: español y matemática tercer grado, español y matemática sexto grado; y se muestran los resultados de las pruebas para la verificación de los supuestos en los modelos propuestos, se selecciona el mejor modelo y se presentan las conclusiones del capítulo, así como algunas consideraciones finales.

3.1. Modelo lineal general

Adoptando un enfoque geométrico, y pensando en el vector $Y = (Y_1, \dots, Y_n)^T$, de observaciones como un punto en el espacio vectorial \mathbf{R}^n , y de manera similar $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_n)^T$, el vector medio de Y , como vector en \mathbf{R}^n . Se utiliza una notación de vector de columna, por lo que μ e Y son vectores $n \times 1$. La configuración general para modelos lineales es la siguiente: se asume que las variables Y_1, \dots, Y_n son variables aleatorias independientes, con distribución normal $Y_i \sim N(\mu_i, \sigma^2)$.

Definición: Un modelo lineal de dimensión k es una hipótesis para el vector medio μ de la forma: $H_0 : \mu \in L$, donde L es un subespacio lineal de \mathbf{R}^n de dimensión k .

Algunos hechos básicos del álgebra lineal:

1. Un subconjunto L de \mathbf{R}^n se llama subespacio lineal si se cumplen las dos condiciones siguientes:
 - i. $0 \in L$.
 - ii. $x_1, x_2 \in L$ entonces $ax_1 + bx_2 \in L$ para todo $a, b \in \mathbf{R}$.
2. Una base para un subespacio lineal L es un conjunto de elementos de L , x_1, \dots, x_k , que satisfacen las siguientes dos condiciones:
 - i. Cualquier vector en L es una combinación lineal de x_1, \dots, x_k .
 - ii. x_1, \dots, x_k son linealmente independientes, es decir, si satisfacen $a_1x_1 + \dots + a_kx_k = 0$ entonces $a_1 = \dots = a_k = 0$ si se satisfacen (i) y (ii), la dimensión de L es k .

Si se tiene una base x_1, \dots, x_k para un modelo lineal L , se tiene, bajo la hipótesis L ,

$$\mu = \sum_{j=1}^k x_j \beta_j,$$

como x_1, \dots, x_k es una base, la representación es única.

También se puede escribir en forma matricial

$$\mu = X\beta$$

Donde X es la matriz $n \times k$ con columnas x_1, \dots, x_k y $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_k)^T$ es el vector de parámetros $k \times 1$. Cada base dada de L corresponde a una representación de la forma $\mu = X\beta$, con las columnas de X formando la base y, por tanto, linealmente independientes. La matriz X correspondiente a una base dada se denomina matriz de diseño para el modelo o matriz del modelo (Jorgensen, 1993).

3.1.1. Supuestos del modelo lineal

El modelo general de regresión lineal de ecuación única, que es el conjunto universal que contiene la regresión simple (de dos variables) y la regresión múltiple como subconjuntos complementarios, se puede representar como,

$$y = a + \sum_i^k b_i x_i + u$$

Donde Y es la variable dependiente; $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_k$ con k variables independientes; a y b_i son los coeficientes de regresión, que representan los parámetros del modelo para una población específica; donde u es un término de perturbación estocástico. Este modelo cumple con los siguientes supuestos (Pool and O'Farrel, 1971):

1. Cada valor de x_i y de y se observa sin error de medición. Alternativamente, este primer supuesto afirma que solo se debe observar x_i sin error de medición pero, en este caso, la interpretación de u debe ampliarse para incluir no solo el efecto de variables independientes no especificadas y de un elemento esencialmente aleatorio en la relación sino también el error incurrido al medir y .
2. Linealidad: Las relaciones entre y y la variable independiente x_i son lineales en los parámetros de la forma funcional específica elegida.
3. Cada distribución condicional de u tiene una media de cero.
4. Homocedasticidad : La varianza de la distribución condicional de u es constante para todas esas distribuciones. Si este supuesto no se satisface en una situación empírica específica, se dice que la heterocedasticidad está presente en los datos.
5. Los valores de u son independientes en serie; por tanto, los valores de u son independientes entre sí y su covarianza es, en consecuencia, cero. Si no se satisface este supuesto, se dice que existe autocorrelación.
6. Las variables independientes, x_i , son linealmente independientes entre sí. Si esta suposición no se satisface, se dice que está presente la multicolinealidad.

7. Normalidad: El modelo x fijo requiere que la distribución condicional del término de perturbación sea de forma normal, lo que claramente implica que la variable dependiente, y , tiene una distribución condicional normal. El modelo x aleatorio requiere que tanto la distribución condicional como la marginal de cada variable sean normales, este modelo por lo tanto, requiere no solo normalidad condicional para y , sino también para x_i , y además, la distribución de frecuencia general de cada variable debe ser normal.

3.1.2. Regresión múltiple

En el modelo de regresión múltiple, el regresando (que puede ser la variable endógena o una transformación de las variables endógenas), es una función lineal de k regresores correspondientes a las variables explicativas (o a transformaciones de las mismas) y una perturbación aleatoria o error. El modelo también incluye un término independiente. Si designamos por y al regresando, por x_2, x_3, \dots, x_k a los regresores y por u al error o perturbación aleatoria, el modelo poblacional de regresión lineal múltiple vendrá dado por la siguiente expresión (Jimenez, 1994):

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \dots + \beta_k x_k + u \quad (3.1)$$

Los parámetros $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_k$ son fijos y desconocidos.

En (3.1) se pueden distinguir dos componentes: un componente sistemático $\beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \dots + \beta_k x_k$ y la perturbación aleatoria u . Llamando μ_y al componente sistemático, podemos escribir:

$$\mu_y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \dots + \beta_k x_k \quad (3.2)$$

Esta ecuación es conocida como función de regresión poblacional (FRP) o hiperplano poblacional. Cuando $k = 2$, la FRP es específicamente una línea recta, cuando $k = 3$, la FRP es específicamente un plano, y por último, cuando $k > 3$, la FRP es denominada genéricamente hiperplano, que no es susceptible de ser representado físicamente.

μ_y es una función lineal en los parámetros $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_k$. Ahora, supongamos que tenemos una muestra aleatoria de tamaño n , $(y_i, x_{2i}, x_{3i}, \dots, x_{ki}) : i = 1, 2, \dots, n$, extraída de la población estudiada. Si expresamos el modelo poblacional para todas las observaciones de la muestra, se obtiene el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_1 + \beta_2 x_{21} + \beta_3 x_{31} + \dots + \beta_k x_{k1} + u_1 \\ y_2 &= \beta_1 + \beta_2 x_{22} + \beta_3 x_{32} + \dots + \beta_k x_{k2} + u_2 \\ &\vdots \\ y_n &= \beta_1 + \beta_2 x_{2n} + \beta_3 x_{3n} + \dots + \beta_k x_{kn} + u_n \end{aligned}$$

El anterior sistema de ecuaciones puede expresarse de una forma más compacta usando la notación matricial. Así, vamos a denominar

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{21} & x_{31} & \dots & x_{k1} \\ 1 & x_{22} & x_{32} & \dots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_{2n} & x_{3n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

La matriz X es la matriz de regresores. Entre los regresores también se incluye el regresor correspondiente al término independiente. Este regresor, que a menudo se denomina regresor ficticio, toma el valor 1 para todas las observaciones. El modelo de regresión lineal múltiple, expresado en notación matricial es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{21} & x_{31} & \dots & x_{k1} \\ 1 & x_{22} & x_{32} & \dots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_{2n} & x_{3n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

Si se tiene en cuenta las denominaciones dadas a vectores y matrices, el modelo de regresión lineal múltiple puede ser expresado de la siguiente manera:

$$y = X\beta + u \tag{3.3}$$

Donde, de acuerdo con la notación utilizada, y es un vector $n \times 1$, X es una matriz $n \times k$, β es un vector $k \times 1$ y u es un vector $n \times 1$.

Este modelo también se basa en los supuestos del modelo lineal general, un modelo puede apartarse de sus supuestos matemáticos de diversas formas. Aunque el análisis de regresión es un procedimiento sólido, cada una de estas desviaciones, o combinación de violaciones, tiene un impacto en la estabilidad del modelo final (Verran and

Ferketich, 1987). Por tal razón es necesario verificar los supuestos del modelo lineal general en el modelo propuesto.

3.1.3. Métodos de mínimos cuadrados

Considerando el modelo de regresión lineal múltiple presentado en la ecuación (3.3), un método para obtener una estimación de β es el método de mínimos cuadrados. Este método consiste en minimizar $\sum_i u_i^2$ con respecto a β .

Es decir $\theta = X\beta$, se minimiza $u'u = \|y - \theta\|^2$ sujeto a que $\theta \in C(x) = \Omega$, donde Ω es el espacio de la columna X ($= \{y : y = Xx \text{ para todo } x\}$) si se deja que θ varíe en Ω , $\|y - \theta\|^2$ (el cuadrado de la longitud de $y - \theta$) será un mínimo para $\theta = \hat{\theta}$ donde $\|y - \hat{\theta}\|^2$ es perpendicular a Ω , este resultado se probará algebraicamente como sigue (Seber and Lee, 2003):

Primero note que $\hat{\theta}$ se puede obtener mediante una matriz independiente simétrica P . Sea $\hat{\beta} = Py$, donde P representa la proyección ortogonal sobre Ω . Entonces $y - \theta = (y - \hat{\theta}) + (\hat{\theta} - \theta)$ de donde $P\theta = \theta$, $P' = P$, y $P^2 = P$ tenemos:

$$\begin{aligned} (y - \hat{\theta})'(\hat{\theta} - \theta) &= (y - Py)'P(y - \theta) \\ &= y'(I_n - P)P(y - \hat{\theta}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Por eso

$$\begin{aligned} \|y - \theta\|^2 &= \|y - \hat{\theta}\|^2 + \|\hat{\theta} - \theta\|^2 \\ &\geq \|y - \hat{\theta}\|^2 \end{aligned}$$

Con igualdad si y sólo si $\theta = \hat{\theta}$, dado que $y - \hat{\theta}$ es perpendicular a Ω , $X'(y - \hat{\theta}) = 0$ o $X'\hat{\theta} = X'y$ aquí $\hat{\theta}$ esta determinada de forma única, siendo la proyección ortogonal única de y en Ω .

Ahora asumimos que las columnas de X son linealmente independientes de modo que existe un vector único $\hat{\beta}$ tal que $\hat{\theta} = X\hat{\beta}$. Luego sustituyendo en $X'\hat{\theta} = X'y$, tene-

mos $X'X\hat{\beta} = X'y$ las ecuaciones normales.

Como X tiene rango k , $X'X$ es definida positiva y por lo tanto no singular. Por tanto, $X'X\hat{\beta} = X'y$ tiene una solución única,

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \quad (3.4)$$

Aquí $\hat{\beta}$ se llama la estimación (ordinaria) de mínimos cuadrados de β .

3.1.4. Coeficiente de determinación

El coeficiente de determinación es la proporción de la varianza total de la variable explicada por la regresión. El coeficiente de determinación, también llamado R cuadrado, refleja la bondad del ajuste de un modelo a la variable que pretender explicar (López, 2017). El coeficiente de determinación R^2 se define como:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.5)$$

Donde:

$SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{y})^2$ es la suma de cuadrados de la regresión.

$SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ es a suma total de cuadrados.

$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{Y}_i)^2$ es la suma de los cuadrados del error.

La suma total de cuadrados se puede dividir en $SST = SSR + SSE$ eso es:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (3.6)$$

Por tanto R^2 da la proporción de variación en y que se explica por la regresión en X (Rencher and Schaalje, 2008), este criterio de ajuste puede ayudar en la selección de un modelo. Es importante saber que el resultado del coeficiente de determinación oscila entre 0 y 1, cuanto más cerca de 1 se sitúe su valor, mayor será el ajuste del modelo a la variable que se intenta explicar. De forma inversa, cuanto más cerca de cero, menos ajustado estará el modelo y, por tanto, menos fiable será (López, 2017).

El modelo de regresión lineal múltiple ha de cumplir los supuestos del modelo clásico que garanticen su correcta aplicación, como ser: no colinealidad, homocedasticidad y normalidad, en el caso de no cumplirlo se dice que en el modelo existe: multicolinealidad que indica que parte de las variables guardan algún tipo de relación unas con otras, heterocedasticidad indicando que el modelo presenta varianza variable, y la no normalidad indicando que el modelo no se distribuye normal, por tanto es necesario verificar los supuestos del modelo utilizando diferentes pruebas.

3.2. Multicolinealidad

El término multicolinealidad se atribuye a Ragnar Frisch (1934). Originalmente, designaba una relación lineal “perfecta” o exacta entre algunas o todas las variables explicativas de un modelo de regresión. Para la regresión con k variables que incluye las variables explicativas x_1, x_2, \dots, x_k (donde $x_1 = 1$ para todas las observaciones de forma que den cabida al término del intercepto), se dice que existe una relación lineal exacta si se satisface la siguiente condición:

$$\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \dots + \lambda_k x_k = 0 \quad (3.7)$$

Donde $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$, son constantes tales que no todas son simultáneamente iguales a cero. Hoy en día, sin embargo, el término multicolinealidad incluye el caso de multicolinealidad perfecta, como lo indica la ecuación (3.7) y también el caso en el cual hay x variables intercorrelacionadas pero no en forma perfecta, de la siguiente manera:

$$\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \dots + \lambda_k x_k + v_i = 0 \quad (3.8)$$

Donde v_i es un término de error estocástico (Gujarati and Porter, 2010).

La multicolinealidad significa que el comportamiento de buena parte de las variables guarda algún tipo de relación unas con otras y esa relación puede ser de menor o mayor grado. Solamente cuando dicha relación es de mayor grado podría ser un problema dentro de la modelación (Quintana, 2016). Se utilizan diferentes pruebas para

la detección de la multicolinealidad entre ellas se tiene: matriz de correlación, prueba de Theil, prueba de Klein, factor de inflación de la varianza (VIF).

3.2.1. Matriz de correlación

En el caso de k variables se tiene en total $k(k-1)/2$ coeficientes de correlación de orden cero. Estas $k(k-1)/2$ correlaciones se sitúan en una matriz, denominada matriz de correlación R , de la siguiente manera:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1k} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & \dots & r_{2k} \\ \vdots & & & & \\ r_{k1} & x_{k2} & x_{k3} & \dots & x_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & r_{23} & \dots & r_{2k} \\ \vdots & & & & \\ r_{k1} & x_{k2} & x_{k3} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Donde el subíndice 1, denota la variable dependiente Y (r_{12} significa el coeficiente de correlación entre Y y X_2 , y así sucesivamente), y donde se aplica el hecho de que el coeficiente de correlación de una variable respecto de ella misma es siempre 1 ($r_{11} = r_{22} \dots = r_{kk} = 1$). A partir de la matriz de correlación R se obtienen los coeficientes de correlación de primer orden y de órdenes superiores (Gujarati and Porter, 2010).

3.2.2. Prueba de Theil

Para la prueba de Theil (1971) se corren regresiones auxiliares de la variable dependiente contra los k regresores menos uno de ellos, al coeficiente de determinación de esas regresiones se le denomina R_i^2 . El efecto R^2 de Theil se obtiene con la siguiente expresión:

$$R^2_{Theil} = R^2 - \left[\sum_{i=1}^n (R^2 - R_i^2) \right] \quad (3.9)$$

Donde R^2 es el coeficiente de determinación de la regresión original con todos los regresores y R_i^2 es el coeficiente de determinación de la regresión auxiliar i . Si el efecto de Theil fuera nulo no existiría multicolinealidad, entre mayor sea el efecto más grave es el problema (Quintana, 2016).

3.2.3. Prueba de Klein

La regla de Klein es un principio práctico, propuesto por el premio Nobel Lawrence Klein (1962). De acuerdo a dicho principio, la multicolinealidad es un problema a considerar si la R_i^2 de alguna regresión auxiliar es mayor que el coeficiente de determinación R^2 de la regresión original. En este caso, las regresiones auxiliares son diferentes a las de Theil, ya que se efectúan tomando cada uno de los regresores y corriendo regresiones con los regresores restantes (Quintana, 2016).

Por ejemplo, si se tuvieran tres regresores x_1, x_2, x_3 en el modelo, las regresiones auxiliares serían las siguientes:

$$x_{1i} = \alpha_1 + \alpha_2 x_{2i} + \alpha_3 x_{3i} + u_{1i}$$

$$x_{2i} = \alpha_1 + \alpha_2 x_{1i} + \alpha_3 x_{3i} + u_{2i}$$

$$x_{3i} = \alpha_1 + \alpha_2 x_{2i} + \alpha_3 x_{1i} + u_{3i}$$

Siendo $i = 1, 2, \dots, n$ y u_{1i}, u_{2i}, u_{3i} los usuales términos de perturbación aleatoria. En este caso se tendría tres coeficientes de determinación de las regresiones auxiliares R_1^2, R_2^2, R_3^2 si alguno de ellos es mayor a R^2 el problema de multicolinealidad se puede considerar grave.

3.2.4. Factor de inflación de la varianza (VIF)

El factor de inflación de la varianza (VIF) se utiliza como una medida del grado en que la varianza del estimador de mínimos cuadrados es incrementada por la colinealidad entre las variables, el VIF se define de la siguiente manera (Quintana, 2016):

$$VIF = \frac{1}{1 - R_i^2} \quad (3.10)$$

En donde R_i^2 es el coeficiente de determinación de la regresión auxiliar i . Por ejemplo, ante perfecta multicolinealidad $R_i^2=1$, lo cual hace que el VIF tienda a infinito, si la multicolinealidad es imperfecta y elevada, por ejemplo un $R_i^2=0.9$, el VIF será igual a 10. Es usual en la práctica si el VIF resulta mayor a 10 o incluso 5 sea considerado como evidencia de fuerte multicolinealidad.

3.3. Heterocedasticidad

Un supuesto importante del modelo clásico de regresión lineal es que la varianza de cada término de perturbación u_i , condicional a los valores seleccionados de las variables explicativas, es algún número constante igual a σ^2 . Éste es el supuesto de homocedasticidad, o igual (homo) dispersión (cedasticidad), es decir, igual varianza. Simbólicamente,

$$E(u_i^2) = \sigma^2 \quad (3.11)$$

Donde $i=1, 2, \dots, n$

Por tanto, si hay heterocedasticidad, es decir,

$$E(u_i^2) = \sigma_i^2 \quad (3.12)$$

Hay diversas razones por las cuales las varianzas de u_i pueden ser variables, una de ellas es por la presencia de datos atípicos o aberrantes. Otra fuente de heterocedasticidad surge de establecer que el modelo de regresión no está correctamente especificado, con mucha frecuencia lo que parece heterocedasticidad puede deberse a que se omitan del modelo algunas variables importantes (Gujarati and Porter, 2010). Por tanto, resulta interesante disponer de métodos de detección que indiquen si los residuos de un modelo son homocedásticos o heterocedásticos, a continuación se examinan algunos métodos.

3.3.1. Prueba de Breusch-Pagan

Esta prueba fue propuesta por Breusch y Pagan (1979), y verifica si la varianza de los errores de una regresión depende de los valores de las variables independientes, en ese caso, está presente la heterocedasticidad. Considere el siguiente modelo de regresión lineal:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \dots + \beta_k x_k + u_i \quad (3.13)$$

La varianza del error es $Var(u_i) = \sigma_i^2$

La prueba de Breusch-Pagan estima la regresión en (3.13) y obtiene los residuales $\hat{u}_1, \hat{u}_2, \dots, \hat{u}_n$, y también implica calcular la siguiente regresión auxiliar:

$$\hat{u}_i = \alpha_1 + \alpha_2 z_{2i} + \alpha_3 z_{3i} + \dots + \alpha_p z_{pi} \quad (3.14)$$

Donde $z_k \{k = 1 \dots p\}$, por lo general, para z_{ki} se utilizan las variables explicativas de la ecuación de regresión original.

La hipótesis nula de homocedasticidad es: $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$; mientras que la hipótesis alternativa es que al menos uno de los α es diferente de cero y que al menos una de las variables z afecta la varianza de los residuales, que serán diferentes para diferentes i (Uyanto, 2019).

3.3.2. Prueba de Harvey

Siguiendo a Harvey (1976), el modelo de regresión con heterocedasticidad se escribe como:

$$y_i = x_i' \beta + u_i$$

$$\sigma_i^2 = e^{z_i' \alpha}$$

Donde x_i es un vector de observaciones $k \times 1$ sobre las variables independientes, β es un vector de parámetros $k \times 1$, z_i es un vector de observaciones $p \times 1$ sobre un conjunto de variables que generalmente, aunque no necesariamente, están relacionadas con los regresores en y_i , y α es un vector de parámetros a $p \times 1$. Las u_i son términos de perturbación que se distribuyen de forma independiente y normal con media cero. Siempre se supondrá que el primer elemento de z es un término constante. Una de las condiciones para que existan estimadores es que todos los elementos de z_i estén acotados desde abajo para todo i de 1 a n .

El estimador de dos pasos de α ,

$$\tilde{\alpha} = \left[\sum_{i=1}^n z_i z_i' \right]^{-1} \sum_{i=1}^n z_i \log \hat{u}_i^2$$

Donde $\log \hat{u}_i^2 = z_i' \alpha + w_i$ con $i = 1, 2, \dots, n$ y donde \hat{u}_i es el i -ésimo residual resultante de la aplicación de MCO a y_i y $w_i = \log(\hat{u}_i^2 / \sigma_i^2)$.

La hipótesis nula de homocedasticidad $H_0 : \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$ ya que, bajo $H_0 : \sigma_i^2 = e^{\alpha_1} = \sigma^2$ para todo i (Godfrey, 1977).

La prueba de Harvey consiste en ajustar un modelo de regresión auxiliar en el que la variable de respuesta es el logaritmo del vector de residuos al cuadrado del modelo original y la matriz de diseño X consta de una o más variables exógenas que se sospecha están relacionadas con la varianza del error.

3.3.3. Prueba de Glejser

Después de obtener los residuos \hat{u}_i de la regresión los mínimos cuadrados ordinarios (MCO), Glejser (1969) sugiere una regresión sobre los valores absolutos de \hat{u}_i sobre la variable X que se cree muy asociada con σ_i^2 .

En sus experimentos, Glejser utilizó las siguientes formas funcionales:

$$|\hat{u}_i| = \beta_1 + \beta_2 X_i + v_i$$

$$|\hat{u}_i| = \beta_1 + \beta_2 \sqrt{X_i} + v_i$$

$$|\hat{u}_i| = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_i} + v_i$$

$$|\hat{u}_i| = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{\sqrt{X_i}} + v_i$$

$$|\hat{u}_i| = \sqrt{\beta_1 + \beta_2 X_i} + v_i$$

$$|\hat{u}_i| = \sqrt{\beta_1 + \beta_2 X_i^2} + v_i$$

Donde v_i es el término de error.

Glejser descubrió que para muestras grandes, los cuatro primeros modelos suelen dar resultados satisfactorios en la detección de la heteroscedasticidad. En la práctica, por consiguiente, la técnica de Glejser es útil para muestras grandes, y en muestras

pequeñas sirve estrictamente como herramienta cualitativa para obtener una noción sobre la heteroscedasticidad (Gujarati and Porter, 2010).

3.3.4. Prueba Breusch-Pagan-Godfrey

Breusch y Pagan (1979) y Godfrey (1977) han propuesto pruebas de heterocedasticidad basadas en mínimos cuadrados de residuos. Los residuos al cuadrado divididos por el residuo al cuadrado medio se regresan en un conjunto de regresores elegidos por el investigador, y el estadístico de prueba Breusch-Pagan-Godfrey es la mitad de la suma explicada de cuadrados de esta regresión (Waldman, 1983).

Para N observaciones sobre la variable dependiente y k variables independientes, se tiene el modelo de regresión como en la ecuación (3.3).

Defina $M = I - X(X'X)^{-1}X'$ de modo que el vector de residuos de mínimos cuadrados sea $u = My$. Sea $e_i = u_i^2$, $i = 1, 2, \dots, N$ y $e = (e_1, e_2, \dots, e_N)'$. Defina $\hat{\sigma}^2 = N^{-1}u'u$ y $g = \hat{\sigma}^{-2}e$. Sea Z una matriz $N \times K(K+1)/2$ cuyas columnas son los cuadrados y el producto cruzado de las columnas de X , x_1, x_2, \dots, x_k . Es decir, sea $Z_{is} = x_{ik}x_{il}$ con $(s = 1, \dots, K(K+1)/2)$; $k = 1, \dots, K$ y $l = 1, \dots, k$ para $i = 1, 2, \dots, N$. Sea z_s el vector $N \times 1$ con el elemento típico z_{is} . Entonces $Z = (z_1, z_2, \dots, z_{k(k+1)/2})$, se requiere que $z_1 = (1, 1, \dots, 1)' = i$

El estadístico de prueba Breusch-Pagan-Godfrey viene dado por:

$$T = \frac{[g'Z(Z'Z)^{-1}Z'g - N^{-1}(i'g)^2]}{2} \quad (3.15)$$

Ya que $i'g = \hat{\sigma}^{-2}i'e = \hat{\sigma}^{-2}\hat{\sigma}^2N = N$

Esto se puede reescribir como:

$$T = \frac{[e'Z(Z'Z)^{-1}Z'e - N\hat{\sigma}^4]}{2\hat{\sigma}^4} \quad (3.16)$$

Si las u_i , están distribuidas normalmente, la varianza es $V(u_i^2) = 2\hat{\sigma}^4$.

Para confirmar si el residuo de los términos de error tiene heterocedasticidad, se probaron las hipótesis: $H_0 : \sigma = 0$ es decir varianza constante; $H_0 : \sigma \neq 0$ varianza no constante indica heterocedasticidad (Waldman, 1983).

3.3.5. Prueba general de White

White (1980) desarrolla una prueba basada en residuos de mínimos cuadrados. Es decir, con el cuadrado de los residuos de la regresión original se hace la regresión sobre las variables o regresoras x originales, sobre sus valores al cuadrado y sobre el producto cruzado de las regresoras. El estadístico de prueba es el tamaño de la muestra multiplicado por el coeficiente de correlación múltiple al cuadrado de esta regresión. Este estadístico de prueba tiene asintóticamente la distribución chi-cuadrado. En cada caso, el número de grados de libertad es igual al número de regresores (Waldman, 1983).

Como ilustración de la idea básica, considere el siguiente modelo de regresión con tres variables (Quesada, 2010):

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + u_i \quad (3.17)$$

Y se desea contrastar las hipótesis:

$$\begin{cases} H_0 : E(u_i^2) = \sigma_u^2 \\ H_1 : E(u_i^2) = \sigma_i^2 \end{cases}$$

Los pasos para realizar el contraste son los siguientes:

1. Estimar por mínimos cuadrados ordinarios la ecuación de regresión de interés y_i y obtener los residuos \hat{u}_i .
2. Estimar por mínimos cuadrados ordinarios la ecuación de regresión auxiliar: $\hat{u}_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 x_{2i} + \alpha_3 x_{3i} + \alpha_4 x_{2i}^2 + \alpha_5 x_{3i}^2 + \alpha_6 x_{2i} x_{3i} + e_i$, y calcular el coeficiente de determinación R^2 .
3. Calcular el estadístico de contraste nR^2 , que sigue asintóticamente una distribución Chi-cuadrado con $p-1$ grados de libertad, donde p es el número de parámetros de la regresión auxiliar.

4. La hipótesis nula se rechaza al nivel de significancia α , si $nR^2 > c$, donde c es el valor crítico para el cual $\text{prob}(\chi_{p-1}^2 > c = \alpha)$.

3.3.6. Errores estándar robustos de White

Un método para obtener mejores pruebas e intervalos de confianza es corregir los errores estándar asintóticos, utilizando el llamado estimador de White o sándwich. En el enfoque de máxima verosimilitud, el estimador habitual de las varianzas y covarianzas muestrales es el inverso de la matriz de información. Usando la notación matricial, la matriz de varianza-covarianza asintótica de los coeficientes de regresión estimados se puede escribir como sigue:

$$V_A(\hat{\beta}) = H^{-1}$$

Donde V_A es la matriz de covarianza asintótica de los coeficientes de regresión y H es el inverso de la matriz de información. El estimador de White se da como:

$$V_R(\hat{\beta}) = H^{-1}CH^{-1}$$

Donde V_R es la matriz de covarianza robusta de los coeficientes de regresión y C es una matriz de corrección.

Si los residuos siguen una distribución normal, V_A y V_R son estimadores consistentes de las covarianzas de los coeficientes de regresión, pero el modelo basado en la matriz de covarianza asintótica, V_A , es más eficiente y los errores estándar basados en modelos son en general más pequeños. Sin embargo, cuando los residuos no siguen una distribución normal, la matriz de covarianza asintótica basada en el modelo es tanto inexacta como inconsistente, mientras que el estimador White V_R basado en residuos observados sigue siendo un estimador consistente de las covarianzas de los coeficientes de regresión. Esto hace que la inferencia basada en los errores estándar robustos dependa menos del supuesto de normalidad (Maas and Hox, 2004).

Cuando se estiman los errores estándar robustos de White, lo que se desea es ver si hay diferencias significativas entre los errores estándar convencionales y los errores estándar robustos. Si los resultados son sólidos, es decir, cuando no encuentra diferencias significativas entre dos conjuntos de errores estándar, entonces la heterocedasticidad no es grave.

3.4. Normalidad

El modelo clásico de regresión lineal normal supone que cada u_i está normalmente distribuida con:

$$\text{Media} = E(u_i) = 0 \quad (3.18)$$

$$\text{Varianza} = E[u_i - E(u_i)]^2 = E(u_i^2) = \sigma^2 \quad (3.19)$$

$$\text{cov}(u_i, u_j) = E[(u_i - E(u_i)][u_j - E(u_j)]] = E(u_i u_j) = 0, i \neq j \quad (3.20)$$

Estos supuestos se expresan en forma más compacta como:

$$u_i \sim N(0, \sigma^2) \quad (3.21)$$

El supuesto de normalidad, la ecuación (3.18) significa que u_i y u_j no sólo no están correlacionadas, sino que también están independientemente distribuidas (Gujarati and Porter, 2010).

Con el supuesto de normalidad, se pueden obtener estimadores de máxima verosimilitud. La función de verosimilitud es la densidad conjunta de las y , que denotamos por $\mathcal{L}(\beta, \sigma^2)$. Buscamos valores de β y σ^2 desconocidos que maximicen $\mathcal{L}(\beta, \sigma^2)$ para los valores de y y x dados en la muestra.

En el caso de la función de densidad normal, es posible encontrar estimadores de máxima verosimilitud $\hat{\beta}$ y $\hat{\sigma}^2$ por diferenciación. Debido a que la densidad normal involucra un producto y una exponencial, es más sencillo trabajar con $\ln \mathcal{L}(\beta, \sigma^2)$, que alcanza su máximo para los mismos valores de β y σ^2 que $\mathcal{L}(\beta, \sigma^2)$ (Rencher and

Schaalje, 2008).

Los análisis de normalidad, también llamados contrastes de normalidad, tienen como objetivo analizar cuánto difiere la distribución de los datos observados respecto a lo esperado si, procediesen de una distribución normal con la misma media y desviación típica. Existen diferentes pruebas para realizar el análisis de normalidad, entre ellas Shapiro-Wilk y Jarque-Bera por mencionar algunos, dado que existen más pruebas.

3.4.1. Prueba de Shapiro-Wilk

La prueba de Shapiro-Wilk (SW), se restringió originalmente para tamaños de muestra pequeños ($n < 50$). Esta prueba fue la primera que fue capaz de detectar desviaciones de la normalidad, ya sea debido a la asimetría o curtosis, o ambos. Se ha convertido en la prueba preferida debido a sus buenas propiedades de potencia en comparación con una amplia gama de pruebas alternativas (Carmona and Carrion, 2015).

Las hipótesis a contrastar están establecidas de la siguiente manera.

H_0 : La muestra sigue una distribución normal.

H_1 : La muestra no sigue una distribución normal.

Shapiro y Wilk (1965) propusieron una prueba de bondad de ajuste basada en dos estimadores de desviación estándar: L_n , el mejor estimador (MEL) bajo la hipótesis de que esté presente una distribución normal estándar, y el estimador de máxima verosimilitud (EMV) bajo la misma hipótesis.

El estadístico de prueba definido por Shapiro y Wilk (1965) es el siguiente:

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i x_{(i)})^2}{[\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2]} \quad (3.22)$$

Donde:

$x_{(i)}$: es la i -ésima estadística de orden.

\bar{x} : la media de la muestra.

$$a_i = (a_1, \dots, a_n) = \frac{m^T V^{-1}}{(m^T V^{-1} m)^{1/2}}$$

$m = (m_1, \dots, m_n)^T$ son los valores esperados de las estadísticas de orden.

V : es la matriz de covarianza de las estadísticas de orden.

La prueba de Shapiro-Wilk fue modificada por Royston (1982) para ampliar la restricción del tamaño de la muestra, cuyo propósito es habilitar el cálculo del estadístico W y su nivel de significancia para cualquier tamaño de muestra ($3 \leq n \leq 2000$) (Carmona and Carrion, 2015).

El estadístico de prueba W rechaza H_0 si $p_{value} \leq \alpha$ donde $\alpha = 0,05$, de lo contrario H_0 no se rechaza.

3.4.2. Prueba de Jarque-Bera

Jarque y Bera (1980) formularon una prueba de normalidad que lleva su nombre, ellos plantean que existen distribuciones que pueden coincidir con la distribución normal, en media y varianza o sea, que su primer momento centrado en cero y su segundo alrededor de la media son los mismos, pero que no necesariamente el tercero y cuarto momentos centrados en la media son iguales. Esa es la razón que los conduce a plantear la prueba de normalidad basada en el sesgo, s , y la curtosis, k , de manera que las hipótesis a probar son (Quintana, 2016):

H_0 : errores normales vs H_1 Errores no normales o equivalentemente.

$H_0 : s = 0, k = 3$ vs $H_1 : s \neq 0$ y $k \neq 3$.

Y el estadístico de prueba bajo H_0 es:

$$JB = \frac{\widehat{ks}^2}{6} + \frac{(\widehat{kk} - 3)^2}{24} \sim \chi^2_{(2)} \quad (3.23)$$

Donde \widehat{ks} es el coeficiente de sesgo y el \widehat{kk} coeficiente de curtosis dados por:

$$\widehat{ks} = \frac{\widehat{s}}{(\widehat{\sigma}^2)^3}, \widehat{kk} = \frac{\widehat{k}}{(\widehat{\sigma}^2)^4} \quad (3.24)$$

Y

$$\widehat{s} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \widehat{\epsilon}_t^3, \widehat{k} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \widehat{\epsilon}_t^4 \quad (3.25)$$

El estadístico de prueba JB rechaza H_0 si $p_{value} \leq \alpha$ donde $\alpha = 0,05$, o $JB \geq VC$, donde VC de 5% es igual a 5,9915, de lo contrario H_0 no se rechaza.

3.5. Criterios de ajuste para selección del modelo

El mejor modelo de regresión es aquel que proporciona los mejores valores predichos. Se debe tener cuidado en la subespecificación del modelo ya que este tiende a producir estimaciones sesgadas, o un modelo sobre especificado ya que tiende a tener estimaciones menos precisas; es por ello que se debe utilizar un criterio que permita comparar modelos con diferente número y diferentes variables (Córdoba, 2019). Hay diversos criterios para elegir un modelo, en particular se estudiará: R^2 ajustado, estadístico F, log-Verosimilitud, AIC y BIC.

3.5.1. Criterio R^2 ajustado

Definido, R^2 en la sección 3.1.4 necesariamente está entre 0 y 1, mientras más cerca esté de 1, mejor será el ajuste, pero surgen varios problemas con R^2 . En primer lugar, mide la bondad de ajuste dentro de la muestra, en el sentido de conocer la cercanía entre un valor Y estimado y su valor real en la muestra dada. Segundo lugar, al comparar dos o más valores de R^2 , la variable dependiente, o regresada, debe ser la misma. En tercer lugar, y lo más importante, es que una R^2 no puede disminuir cuando se agregan más variables al modelo (Gujarati and Porter, 2010).

Debido a la inconveniencia de aumentar regresoras para incrementar el valor de R^2 , Henry Theil desarrolló la R^2 ajustada, denotada por \bar{R}^2 ,

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k} \quad (3.26)$$

Donde n es el tamaño de la muestra y k el número de variables explicativas. A valores más altos de k , más alejado estará el R cuadrado ajustado del R cuadrado normal. Al contrario, a valores más bajos de k , más cerca estará de 1 la fracción central y, por tanto, más parecidos serán el R cuadrado ajustado y el R cuadrado normal.

El coeficiente de determinación R cuadrado ajustado es la medida que define el porcentaje explicado por la varianza de la regresión en relación con la varianza de la variable explicada. Es decir, el coeficiente de determinación R cuadrado ajustado penaliza la inclusión de variables (López, 2017), permite también comparar modelos con distinto número de variables independientes, y así realizar la selección del mejor modelo.

3.5.2. Estadística F

La estadística F es un test que se utiliza para evaluar la capacidad explicativa que tiene un grupo de variables independientes sobre la variación de la variable dependiente. Y se define de la siguiente manera:

$$F = \frac{\frac{SSR}{k}}{\frac{SSE}{n-k-1}} \quad (3.27)$$

Si y es Normal, entonces SSR y SSE son independientes, donde SSR y SSE se definieron en la sección 3.1.4, y SSR= suma de cuadrados de la regresión, SSE= suma de cuadrados de los errores, n es el número de observaciones de la muestra, y k los grados de libertad (Rencher and Schaalje, 2008).

La estadística F contrasta si la variabilidad explicada por el modelo ajustado es suficientemente grande comparada con la que queda sin explicar (la de los residuos); en otras palabras, si el modelo ajustado es significativo para explicar la variabilidad de los datos. Si el p-valor asociado al estadístico F es inferior a la significatividad considerada (generalmente 0,05), se rechaza que el modelo propuesto no explique conjuntamente la respuesta.

3.5.3. Criterio Log-Verosimilitud

La función de verosimilitud permite comparar modelos, por ejemplo dos modelos en el que en uno de ellos se incluye una variable adicional con respecto al primer modelo. Las diferencias en la función de verosimilitud se alteran arbitrariamente con la escala de medida, por lo que la forma adecuada de compararlas es mediante cocientes. Al combinar observaciones independientes, se ve que en el cálculo de la función de verosimilitud interviene el producto de las probabilidades individuales, por lo que habitualmente interesa tomar logaritmos, ya que éstos transforman los productos en sumas y los cocientes en restas, que no es más que el logaritmo de la verosimilitud. Al tratarse de productos de probabilidades la función de verosimilitud será siempre menor que 1 y por tanto su logaritmo será negativo (Molinero, 2003).

La función log de verosimilitud para el modelo de regresión lineal normal con k variables se escribe como (Gujarati and Porter, 2010):

$$\ln \mathcal{L} = -\frac{n}{2} \log \sigma^2 - \frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \sum \frac{(Y_i - \beta_1 - \beta_2 X_{2i} - \dots - \beta_k X_{ki})^2}{\sigma^2} \quad (3.28)$$

Cuando se comparan modelos que han sido estimados mediante este procedimiento, se observa el contraste de verosimilitud, que es la diferencia de parámetros entre modelos, si el contraste resulta ser no significativo se acepta que la incorporación de la nueva variable no mejora sensiblemente la verosimilitud del modelo y por tanto no merece la pena incluirla en él, esto permite saber cuándo incorporar o no una nueva variable al modelo, y por lo tanto la selección de un mejor modelo.

3.5.4. Criterio AIC

El criterio de información Akaike (1974) es un estimador muestral de la esperanza de la log-verosimilitud, conocido por sus siglas AIC. El AIC se define mediante la siguiente función:

$$AIC(k) = -2 \ln \mathcal{L}[\hat{\Theta}(k)] + 2k \quad (3.29)$$

Donde $\mathcal{L}[\hat{\Theta}(k)]$ es la función de máxima verosimilitud de las observaciones, $\hat{\Theta}(k)$ la estimación máximo verosímil del vector de parámetros Θ y k el número de parámetros independientes estimados dentro del modelo.

El primer término de AIC puede ser interpretado como una medida de bondad de ajuste, mientras el segundo término es una penalización creciente conforme aumenta el número de parámetros, de acuerdo al principio de parsimonia, es decir, cuanto más aumenta el número de parámetros aumenta el valor de AIC. El mejor modelo que se ajusta, según AIC, es aquel con menor valor (Córdoba, 2019). Este criterio no pretende identificar el modelo verdadero, sino el mejor modelo entre los modelos candidatos.

3.5.5. Criterio BIC

El criterio de información Bayesiano (BIC) es propuesto por Schwarz (1978), argumentando que el AIC no es justificable asintóticamente y por ello presentó una modificación de AIC, donde en BIC se penaliza el número de parámetros con $\ln n$, en vez de 2. Luego, el BIC se define de la siguiente manera:

$$BIC(k; n) = -2\ln\mathcal{L}[\hat{\Theta}(k)] + k \ln n \quad (3.30)$$

Donde $\mathcal{L}[\hat{\Theta}(k)]$ es la función de máxima verosimilitud de las observaciones, $\hat{\Theta}(k)$ la estimación máximo verosímil del vector de parámetros Θ y k el número de parámetros independientes estimados dentro del modelo, mientras n es el tamaño de la muestra (Córdoba, 2019). Este criterio posee muchas características semejantes al AIC como por ejemplo: que el objetivo fundamental es el de estimar la perdida de información de aproximar un modelo real con un modelo estimado, es decir, cuanto menor sea el valor BIC mejor modelo se obtendrá.

3.6. Componentes Principales

Los grandes conjuntos de datos a menudo incluyen mediciones de muchas variables. Es posible que se reduzca considerablemente el número de variables sin dejar

de retener gran parte de la información del conjunto de datos original. Existen varias técnicas de reducción de dimensiones para hacer esto, y el análisis de componentes principales (ACP) es probablemente el más utilizado de ellos (Jolliffe, 2005).

Un análisis de componentes principales se ocupa de explicar la estructura de varianza - covarianza de un conjunto de variables a través de algunas combinaciones lineales de estas variables. Sus objetivos generales son: reducción de datos, interpretación, modelado, detección de datos atípicos o *outliers*, selección de variable, clasificación y predicción. Aunque se requieren p componentes para reproducir la variabilidad total del sistema, a menudo gran parte de esta variabilidad puede ser explicada por un pequeño número k de los componentes principales. Si es así, hay (casi) tanta información en los componentes k como en las p variables originales. Los k componentes principales pueden entonces reemplazar las p variables iniciales, y el conjunto de datos original, que consta de n mediciones en p variables, se reduce a un conjunto de datos que consta de n mediciones en k principales componentes (Johnson and Wichern, 2007).

3.6.1. Definición de componentes principales

Algebraicamente, los componentes principales son combinaciones lineales particulares de las p variables aleatorias X_1, X_2, \dots, X_p . Geométricamente, estas combinaciones lineales representan la selección de un nuevo sistema de coordenadas obtenido al rotar el sistema original, con X_1, X_2, \dots, X_p como ejes de coordenadas. Los nuevos ejes representan las direcciones con máxima variabilidad y proporcionan una descripción más simple y parsimoniosa de la estructura de covarianza. Los componentes principales dependen únicamente de la matriz de covarianza Σ (o la matriz de correlación ρ) de X_1, X_2, \dots, X_p .

Sea el vector aleatorio $X' = [X_1, X_2, \dots, X_p]$, tiene la matriz de covarianza Σ con

valores propios $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$. Y considere las combinaciones lineales:

$$\begin{aligned} Y_1 &= a'_1 X = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1p}X_p \\ Y_2 &= a'_2 X = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2p}X_p \\ &\vdots \\ Y_p &= a'_p X = a_{p1}X_1 + a_{p2}X_2 + \dots + a_{pp}X_p \end{aligned}$$

Con,

$$\begin{aligned} Var(Y_i) &= a'_i \Sigma a_i \quad i = 1, 2, \dots, p \\ cov(Y_i, Y_k) &= a'_i \Sigma a_k, \quad i, k = 1, 2, \dots, p \end{aligned}$$

Entonces las componentes principales son aquellas combinaciones lineales no correlacionadas Y_1, Y_2, \dots, Y_p cuyas varianzas son lo más grandes posible (Johnson and Wichern, 2007).

3.6.2. ¿Cuántos componentes principales?

Se ha dicho que k componentes principales explican la mayor parte de la variación en las p variables. No hay una regla definida sobre el número que se debe utilizar, con lo cual se debe decidir en función del número de variables iniciales, hay que recordar que se trata de reducirlas en la medida de lo posible. Existe diferentes maneras de seleccionar el número de componentes principales, y quizás, el procedimiento más simple es establecer un umbral, digamos 80%, y detenerse cuando los primeros k componentes representan un porcentaje de la variación total mayor que este umbral (Jolliffe, 2005). Es decir, si la mayoría (por ejemplo el 80% y 90%) de la varianza de la población total, para p grande, puede atribuirse al primero, dos o tres componentes, entonces estos componentes pueden reemplazar a las variables p originales sin mucha pérdida de información.

Otras técnicas se basan en los valores de los autovalores o en las diferencias entre autovalores consecutivos. También debe tenerse en cuenta que, aunque es habitual

descartar componentes principales de baja varianza, a veces pueden ser útiles por sí mismos, por ejemplo, para encontrar valores atípicos y en el control de calidad (Jolliffe, 2005).

3.7. Análisis de resultados

Es importante señalar que al no tener acceso público a las bases de datos de estudios realizados en Honduras sobre rendimiento escolar, se tomó la decisión de trabajar con las bases de datos públicas del TERCE (UNESCO, 2019), seleccionando únicamente los datos correspondientes a Honduras. Los resultados obtenidos en este capítulo indican que tan bien se ajusta la variable dependiente y las variables independientes en los modelos utilizando regresión múltiple. Vale mencionar que toda la información de las cuatro bases de datos se procesó con el paquete estadístico R (Team, 2020).

3.7.1. Población estudiada y descripción de las variables

Metodología para la selección de la muestra utilizada por el TERCE

El siguiente apartado describe las características de la propuesta para la selección de las escuelas que participaron de la aplicación definitiva del TERCE (UNESCO, 2016b).

Las dos poblaciones objetivo del TERCE fueron los estudiantes en tercer y sexto grado, dentro del sistema educativo formal, que se consideran aptos para responder pruebas de logro de aprendizaje, y que se encuentran estudiando en escuelas, reconocidas por el estado, que contienen aulas que imparten educación correspondiente a los grados objetivo del estudio, en los países que forman parte del LLECE.

A continuación, se describen algunas definiciones claves del TERCE (UNESCO, 2016b):

1. Escuela. La definición de escuela que se aplica en el TERCE, hace referencia a

las unidades educativas en donde al menos se imparte tercero y/o sexto grado, y que poseen las siguientes características:

- Tienen una ubicación física única.
- Tienen un número definido e identificable de estudiantes y profesores.
- Tienen un sistema de administración/gestión educativo único.
- Tienes un espacio social identificable.

En algunos casos la unidad educativa no cumple todos estos criterios de definición, por lo cual es más desafiante su clasificación. A continuación, se presentan dos casos comunes y cuál es el tratamiento que se les asignó:

- Las escuelas que imparten clases en la misma ubicación física, pero que atienden en horarios distintos, a estudiantes distintos, y que tienen un personal educativo distinto, se les considera como escuelas diferentes.
- Las sedes de una misma escuela, que se encuentren en distintas unidades físicas, y que por lo tanto atienden a estudiantes, y poseen un “staff” de profesores y directivo distinto, son consideradas como escuelas diferentes.

2. Aula. La definición de aula que se aplica en el TERCE, es la de una sub unidad dentro de la escuela que agrupa exclusivamente a estudiantes de los grados que se está evaluando, es decir tercero y sexto grado. En el caso de las escuelas o aulas multigrado, se considera como “aula”, solamente al grupo de estudiantes que, dentro del aula multigrado, le corresponde el grado de tercero o sexto.
3. Población apta. La definición de la población objetivo del estudio que considera a los “estudiantes en el sistema educativo formal que estén “aptos” para responder un test de logros de aprendizaje”, se refiere a la capacidad individual que tienen los estudiantes para responder una prueba que mide logros de aprendizaje en tercer y sexto grado, en idioma español o portugués. Dado esto, no forma parte de la población objetivo del estudio las siguientes categorías de escuelas y estudiantes:

- Escuelas en donde se imparte educación no formal.
- Escuelas para estudiantes con necesidades especiales.
- Alumnos en escuelas regulares pero que tienen necesidades Especiales.
- Escuelas en donde se imparte educación para adultos.
- Escuelas monolingües en donde se enseña solamente un idioma que no es el español.

La propuesta por parte del TERCE para la selección de escuelas tuvo como objetivo una muestra de escuelas pertenecientes a la población definida previamente, más las exclusiones (La única categoría de exclusión dentro de la población objetivo fueron las escuelas pequeñas) que permitan representatividad de la situación educativa de los respectivos grados a evaluar: tercer y sexto grado. Para cumplir con este el TERCE propone el siguiente método de selección de escuelas:

- Estratificado.
- Por conglomerados.
- Bi-etápico.
 - En la primera etapa se seleccionan escuelas (en cada estrato explícito) con probabilidad de selección proporcional al tamaño.
 - En la segunda etapa se selecciona aleatoriamente un aula, y se aplica a todos los estudiantes que pertenecen a esa aula.

En la propuesta por parte del TERCE, la probabilidad de selección de la escuela en cada estrato depende de su matrícula (probabilidad de selección proporcional al tamaño). Esto implica que la probabilidad de selección de las escuelas grandes es mayor a la probabilidad de selección de las escuelas con menos matrícula. Luego, dado que se escoge un aula intacta, la probabilidad de selección de los estudiantes dentro de la escuela es menor a 1, en los casos en que exista más de un aula en la escuela, e igual a 1 en los casos en que la escuela tenga un aula solamente en el grado.

La complejidad surge al seleccionar una sola muestra de escuelas, y no dos muestras independientes por grado. La dificultad es que el tamaño de estudiantes entre grados pueda resultar completamente desbalanceado, luego de la selección. Esto quiere decir, por ejemplo, que utilizando este método de selección existe una probabilidad de que se obtenga una muestra muy grande para estudiantes de tercer grado, y una muy pequeña para estudiantes de sexto grado. Para evitar esto y obtener la muestra, de tal manera que el tamaño sea similar y lo suficientemente grande en ambos grados. Se configuraron estratos para la selección de escuelas definidos por la presencia de los grados en la escuela. Específicamente se construyeron tres estratos (UNESCO, 2016b):

- Un estrato para escuelas con solo tercer grado;
- Un estrato para escuelas con solo sexto grado;
- Un estrato para escuelas con ambos grados.

Para asegurar que ciertas subpoblaciones que son relevantes para explicar los logros de aprendizaje de los sistemas educativos en América Latina estén presentes en la muestra, y para lograr un tamaño de muestra para estas subpoblaciones lo suficientemente grande como para asegurar estimaciones confiables para estos sub grupos de la población, se calcula una muestra estratificada. Esto implica que el tamaño de muestra calculado es en estratos proporcionales, y dentro de cada estrato se escogen un cierto número de escuelas proporcional al tamaño de éstas en la población. Las variables de estratificación quedan definidas de la siguiente manera (UNESCO, 2016b):

1. Dependencia: dependencia administrativa de la escuela.
Pública: administración y financiamiento público.
Privada: administración privada.
2. Área: se definen escuelas rurales según la definición utilizada en cada país.
Rural: definición de cada país.
Urbana: definición de cada país.
3. Grados en la escuela: traslape de grados en la escuela.
Solo tercer grado: escuelas con solo tercer grado.

Solo sexto grado: escuelas con solo sexto.

Tercer y sexto grados: escuelas con tercer y sexto.

Estas variables fueron incluidas por su relación con las características socioeconómicas y culturales de los estudiantes, las cuales tienen un impacto sobre los logros de aprendizaje. Los tamaños de los estratos quedan definidos por la proporción que representa cada uno de ellos, dentro de la población total de escuelas. Esto quiere decir que el tamaño de escuela calculado se distribuye proporcionalmente por estrato, para definir el tamaño (UNESCO, 2016b).

El diseño muestral para el TERCE es bi-etápico. Esto quiere decir que, en una primera etapa, se seleccionan escuelas y, en una segunda etapa, un aula intacta. El método de selección por etapas fue:

- Primera etapa, sistemático aleatorio proporcional al tamaño: con probabilidad de selección proporcional al tamaño.
- Segunda etapa, aleatorio: con probabilidad de selección igual para aulas dentro de una misma escuela.

Tamaño de la muestra

Ya que en el TERCE se optó por un diseño muestral por conglomerados, el cálculo del tamaño de la muestra debe considerar el efecto que podría tener sobre el error muestral de la población seleccionada, el hecho que las escuelas agrupen población de características similares (UNESCO, 2016b).

En el TERCE los estudiantes están agrupados en escuelas y aulas (clúster), y debido a mecanismos de selección (geográficos, académicos, socioeconómicos), los estudiantes tienden a tener características similares dentro de la escuela, lo que impacta en los resultados de aprendizaje. Se propuso utilizar la metodología de “efecto diseño” para calcular los tamaños de muestra para el TERCE. Esta metodología consiste en corregir por un “factor” el tamaño de muestra calculado bajo un muestreo aleatorio simple de

estudiantes. Esta corrección permite controlar por la variabilidad entre conglomerados. El factor por el cual se corrige la muestra es denominado “efecto diseño”.

La fórmula de cálculo del tamaño de muestra corrigiendo por el efecto diseño es (Ross, 2005):

$$n' = n * [1 + \rho(tpc - 1)]$$

Donde n' es el tamaño de estudiantes corregido; n es el tamaño de estudiantes calculado utilizando un diseño muestral aleatorio simple; ρ es el coeficiente intraclase, que mide el grado de homogeneidad intra-cluster; tpc es el tamaño promedio del clúster.

Sustituyendo n' en la ecuación anterior, por el número de escuelas multiplicado por el tamaño promedio del clúster ($N' \times tpc$), se puede modificar la ecuación de tal manera de encontrar el número de escuelas a seleccionar que corrige por “efecto diseño” (Ross, 2005):

$$N' = \frac{n * [1 + \rho(tpc - 1)]}{tpc}$$

Para calcular los parámetros de esta ecuación, se utilizan principalmente dos fuentes de datos: los marcos muestrales proporcionados por los países, y las bases de datos de resultados del SERCE. Lo que se realiza específicamente es calcular los coeficientes intra-clase promedio (promedios por área y grado) para cada país utilizando los datos del SERCE, pero replicando el diseño muestral que se propone en el TERCE, es decir seleccionando solo una aula por escuela, en las bases de datos del SERCE (UNESCO, 2016b).

La información sobre el tamaño promedio de las escuelas proviene de los marcos muestrales que envían los países. Los tamaños de muestra obtenidos mediante este proceso sirven de referencia, ya que estos pueden variar debido a los ajustes al tamaño de los estratos basados en el error muestral estimado que arrojen. El estudio fija como tamaño mínimo 150 escuelas, y un tamaño máximo que es debatido con los países en base a la información disponible de las estimaciones, los ajustes a los estratos y otras fuentes de información (UNESCO, 2016b).

Proceso de selección de los índices

Las dos bases de datos para Honduras, tomadas del TERCE de español y matemática tercer grado constan de 328 variables cada una, contienen preguntas relativas a aspectos educativos del hogar, procesos y estrategias de aprendizaje dentro de la sala de clases, actividades recreativas y disponibilidad de materiales. Mientras que las dos bases de datos de español y matemática sexto grado constan de 368 variables cada una, también contienen preguntas relativas a los aspectos que se tomaron para tercer grado (UNESCO, 2016b).

Como se explicó en la sección 3.6, un análisis de componentes principales (ACP) se ocupa de explicar la estructura de varianza-covarianza de un conjunto de variables a través de algunas combinaciones lineales de estas variables. A estas combinaciones lineales le llamaremos índice. Estos índices agruparán un conjunto de variables de los datos originales, lo que permitirá reemplazar las variables originales por los índices y reducir así el conjunto de datos a uno más pequeño. Para una mejor comprensión del proceso se tomará como ejemplo la base de datos de español tercer grado y como se realiza el proceso para la creación de un índice.

Antes de aplicar ACP a las bases de datos, se realizó una revisión de los datos que contenía cada variable, se hizo una detección de valores ausentes (NA), y luego se quitaron aquellas variables repetidas.

Ejemplo

Se realizó el análisis de componentes principales para la base de datos de español tercer grado, estableciendo un umbral del 90% de la varianza total, lo que permitió seleccionar 33 componentes. Para la componente 1 se obtuvieron los resultados presentados en la tabla 3.1, donde se pueden observar los pesos asignados en la primera componente, estos resultados indican que la primera componente recoge mayoritariamente la información correspondiente a bienes en el hogar, instalaciones de la escuela,

servicios básicos de la escuela, libros y materiales en la escuela, programas de alimentación, y decisiones de participación.

La primera componente explica el 54% de la varianza y agrupó 14 variables, relacionadas con 6 factores, se consideran muchas variables para una componente. Entonces para reducir el número de variables y poder definir el índice se recurrió a estudios anteriores como: factores asociados al aprendizaje en el SERCE (UNESCO, 2013) y factores asociados TERCE (UNESCO, 2016a), se observó que en estos estudios el índice se agrupaba por factores en las que sus variables se relacionan, así que se decidió dejar en la componente solamente un factor, en este caso , servicios básico con los que cuenta la escuela, quedando como se presenta en la tabla 3.2.

En la tabla 3.2 la variable con la pregunta ¿Con cuáles de estos servicios cuenta la escuela? _baños en buen estado, no está en la componente 1, dicha variable era la componente 19 y solo tenía esa variable, así que se unió con la componente 1 ya que también esta relacionada al factor servicios básicos de la escuela, y formaron el índice final servicios básicos de la escuela. Se realizó el mismo análisis y procedimiento para las demás componentes, llegando a un total de 33 índices para la base de datos de español tercer grado, estos índices podrán reemplazar a las variables originales sin mucha pérdida de información.

Tabla 3.1: Análisis de componentes principales (seis factores)

Componente	Pregunta	Variable
-0,123760861	¿Cuántos de los siguientes bienes tiene en su hogar?_Computador	Bienes en el hogar.
-0,133219909	¿Con qué instalaciones cuenta la escuela?_Oficinas adicionales	Instalaciones de la escuela.
-0,121169643	¿Con qué instalaciones cuenta la escuela?_Laboratorio(s) de ciencias	Instalaciones de la escuela.
-0,146297559	¿Con cuáles de estos servicios cuenta la escuela?_Teléfono	Servicios básicos de la escuela.
-0,125573362	¿Con cuáles de estos servicios cuenta la escuela?_Fax	Servicios básicos de la escuela.
-0,128356801	¿Con cuáles de estos servicios cuenta la escuela?_Conexión a Internet	Servicios básicos de la escuela.
-0,134993927	¿Con cuáles de estos servicios cuenta la escuela?_Transporte de estudiantes	Servicios básicos de la escuela.
0,144601425	Los textos escolares que usan los estudiantes en esta escuela_Son comprados por los padres	Libros y materiales en la escuela.
0,152702441	Los textos escolares que usan los estudiantes_Son entregados gratuitamente por el Estado	Libros y materiales en la escuela.
0,15088336	Durante el presente año escolar, ¿existe en este establecimiento_Programas de alimentación	Programas de alimentación.
0,148394364	Respecto a las decisiones¿qué participación tiene el equipo directivo en_contratar	Decisiones de participación.
0,140067091	Respecto a las decisiones¿qué participación tiene el equipo directivo en_Despedir	Decisiones de participación.
0,147499315	Respecto a las decisiones ¿qué participación tiene el equipo directivo en_Establecer sueldos	Decisiones de participación.
0,148428035	Respecto a las decisiones¿qué participación tiene el equipo directivo en_Aumentos	Decisiones de participación

Tabla 3.2: Análisis de componentes principales (un factor)

Índice	Pregunta
Servicios básico de la escuela	¿Con cuáles de estos servicios cuenta la escuela?_Teléfono . ¿Con cuáles de estos servicios cuenta la escuela?_Fax. ¿Con cuáles de estos servicios cuenta la escuela?_Conexión a Internet. ¿Con cuáles de estos servicios cuenta la escuela?_Transporte de estudiantes. ¿Con cuáles de estos servicios cuenta la escuela?_Baños en buen estado.

Las bases de datos de español y matemática tercer grado constaban 328 variables cada una. Mientras que las bases de datos de español y matemática sexto grado constaban de 368 variables cada una. Al aplicar ACP se redujo a 33 índices para cada una de las bases de datos de español y matemática tercer grado. Para español y matemática sexto grado 41 índices en cada una. Algunos índices que resultaron del ACP quedaban muy cargados de variables y otros con muy pocas variables así que con la ayuda de estudios anteriores se permitió formar mejores índices.

Y finalmente se obtuvieron las cuatro bases de datos que contienen: 33 índices para base de datos español tercer grado y 33 índices para la base de datos matemática tercer grado. 41 índices para la base de datos español sexto grado y 41 índices para la base de datos matemática sexto grado. De aquí en adelante a estos índices les llamaremos variables en los modelos e incluirán las variables código escuela, código estudiante, género, edad y puntaje estándar.

Descripción de las variables

Los cuestionarios del TERCE cuentan con una larga lista de preguntas que consideran tanto características como percepciones de los estudiantes, de su familia, la escuela y los profesores participantes del estudio (UNESCO, 2016b). Algunas de las preguntas del TERCE serán utilizadas en esta tesis como variables de manera inde-

pendiente y otra serie de preguntas para ser usadas como variables del resultado de combinaciones líneas de otras por medio del ACP.

Se pueden distinguir dos tipos de variables:

1. Variables simples, que corresponden a variables dicotómicas, como ser: código escuela, código estudiante, género y edad.
2. Variables complejas, una serie de variables suponen medir variables que son combinaciones de las variables iniciales. Estas fueron construidas a través de ACP, como ser:

Para cada base de datos de español y matemática tercer grado, disponibilidad de libros y materiales en la escuela según el estudiante, trabajo infantil, clima en el aula escolar, prácticas de recreación, nivel educativo de los padres, ingresos en el hogar, servicios con los que cuenta el hogar, bienes con los que cuenta el hogar, alimentación en el hogar, servicios con los que cuenta la comunidad, clima negativo del barrio o comunidad hogar, clima positivo del barrio o comunidad hogar, gusto por la lectura, supervisión de estudios en el hogar, comunicación con la escuela, el director cuenta con 2 trabajos, instalaciones en la escuela, infraestructura del aula, servicios básicos de la escuela, disponibilidad de libros y materiales en la escuela según el director, programas escolares adicionales, satisfacción laboral según el director, evaluación desempeño docente, consejo docente, preparación docente, actualización docente, técnicas de evaluación, ambiente laboral según el docente, violencia en el aula según el docente, clima del aula según el docente, gestión directiva interna según el docente, acompañamiento docente, monitoreo de las practicas docentes.

Para cada base de datos de español y matemática sexto grado, de la base de datos de tercer grado se quitaron las variables: disponibilidad de libros y materiales en la escuela según el estudiante, el director cuenta con dos trabajos, disponibilidad de libros y materiales en la escuela según el director, consejo docente,

violencia en el aula según el docente. Y se agregaron las variables: puntualidad del docente, actitud del docente en el salón de clases, preparación docente en la materia, metodología docente, liderazgo en el salón de clases, hostilidad en el salón de clases, razón por la que lee el niño, uso del computador, acceso a internet, uso del computador en el tiempo libre, nivel educativo de los padres según el estudiante, asistencia al centro educativo, gestión directiva interna.

La variable dependiente, puntaje estándar: según el cálculo realizado por el TERCE, los puntajes de cada individuo son obtenidos mediante una transformación lineal de la estimación ponderada de máxima verosimilitud, de la habilidad del modelo TRI ajustado según el tipo de la prueba. Dicha transformación lineal solo tiene el objetivo de expresar los puntajes en una escala comunicable (UNESCO, 2016b).

Teoría de respuesta al ítem: la Teoría de Respuesta al Ítem (TRI) analiza el comportamiento de una prueba a partir del funcionamiento de todos los ítems que la conforman. En el TERCE los análisis realizados con la Teoría de Respuesta al Ítem (TRI) están basados en el enfoque el modelo de Rasch (UNESCO, 2016b).

Modelo de Rasch: la probabilidad de acertar un ítem depende solamente del nivel de dificultad de dicho ítem y del nivel del sujeto en la variable medida (nivel de rasgo o habilidad).

La expresión matemática es:

$$P(\theta) = \frac{e^{D(\theta-b)}}{1 + e^{D(\theta-b)}} = \frac{1}{1 + e^{-D(\theta-b)}} \quad (3.31)$$

Donde:

$P(\theta)$: Probabilidad de acertar el ítem si el nivel de rasgo es θ

θ : Nivel de habilidad del sujeto.

b : Índice de dificultad del ítem.

e : Base de los logaritmos neperianos (2,718)

D : Constante ($D = 1,7$ ó 1)

3.7.2. Modelos

Se busca conocer los factores asociados al rendimiento escolar, y que tan bien se ajusta el modelo, utilizando regresión lineal múltiple (Rivas and Cruz, 2021). Para ello, se cuenta con una variable puntaje estándar para el rendimiento en español y matemática en tercero y sexto grado, más las variables explicativas.

Modelo lineal de español tercer grado El modelo con todas las variables tiene un R^2 ajustado de 0,262, es capaz de explicar el 26,17% de la proporción de la varianza total del modelo. En el apéndice A se presentan las variables significativas del modelo lineal de español tercer grado y según los resultados obtenidos, es relevante examinar la posible existencia de multicolinealidad ya que de 35 variables en el modelo solo 17 son significativas.

Modelo lineal de matemática tercer grado

El modelo con todas las variables tiene un R^2 ajustado de 0,24, es capaz de explicar el 24% de la proporción de la varianza total del modelo. En el apéndice A se presentan las variables significativas del modelo lineal de matemática tercer grado y según los resultados obtenidos, es relevante examinar la posible existencia de multicolinealidad ya que de 35 variables en el modelo solo 20 resultaron significativas.

Modelo lineal de español sexto grado

El modelo con todas las variables tiene un R^2 ajustado de 0,325, es capaz de explicar el 32,51% de la proporción de la varianza total del modelo. En el apéndice A se presentan las variables significativas del modelo lineal de español sexto grado y según los resultados obtenidos, es relevante examinar la posible existencia de multicolinealidad ya que de 42 variables en el modelo solo 27 son significativas.

Modelo lineal de matemática sexto grado:

El modelo con todas las variables tiene un R^2 ajustado de 0,199, es capaz de ex-

plicar el 19,9% de la proporción de la varianza total del modelo. En el apéndice A se presentan las variables significativas del modelo lineal de matemática sexto grado y según los resultados obtenidos, es relevante examinar la posible existencia de multicolinealidad ya que de 42 variables en el modelo solo 26 son significativas.

Una primera evidencia de posible elevada colinealidad entre las variables se deriva de la nula significancia de muchas de las variables, como se ha reflejado en los resultados de los cuatro modelos presentados. Para intentar confirmar esta evidencia es preciso realizar algunas exploraciones adicionales.

3.7.3. Verificación de los supuestos

La información relevante en los modelos de regresión múltiple, está contenida en las variables seleccionadas. Los modelos operan bajo el supuesto de que contiene todas las variables relevantes para explicar el modelo. En este sentido la realización de pruebas de diagnóstico sobre la selección eficiente de las variables incluidas en los modelos es necesaria. La omisión de variables importantes en los modelos, es un problema relevante en la especificación de los mismos y en este sentido se pueden generar problemas de multicolinealidad y heterocedasticidad.

Supuesto de no colinealidad

Se realizó la matriz de correlación para cada uno de los modelos y mostró correlación entre algunas de las variables, rechazando así el supuesto de colinealidad. Para saber que tan grave es el problema de multicolinealidad en los modelos se realizaron las pruebas descritas anteriormente.

La prueba de Theil mostró para el modelo lineal de español tercer grado que el R^2 ajustada de 0,381 la cual es superior a la de 0,262 del modelo original, como el efecto es menor, esto indica un grado moderado de multicolinealidad, obteniendo resultados similares para los tres modelos restantes.

La prueba de Klein para el modelo lineal de español tercer grado, en esta prueba se pudo observar que hay una colinealidad muy alta en 4 de las variables como ser, servicios con los que cuenta el hogar, bienes con los que cuenta el hogar, supervisión de estudios en el hogar, servicios básicos de la escuela, ya que presentan un R^2 ajustada alto de 0,716; 0,7119; 0,731; 0,759 respectivamente, en comparación con R^2 ajustada original de 0,2617, el resto de las variables presentó un grado moderado de colinealidad. Obteniendo resultados similares para los tres modelos restantes.

En la prueba del factor de inflación de la varianza (VIF) los resultados indicaron que es posible establecer la existencia de problemas de colinealidad moderados en virtud de que las variables presentan una VIF por debajo de 5, esto para los cuatro modelos.

Las pruebas realizadas a los cuatro modelos reflejan una colinealidad moderada; esto indica que se puede trabajar con todas las variables presentadas en el modelo, por lo tanto no se rechaza la hipótesis nula y se trabajará con cuatro los modelos propuestos.

Supuesto de homocedasticidad

Para el modelo lineal de español tercer grado se aplicaron las pruebas descritas anteriormente, y se obtuvieron los siguientes resultados: Prueba Breusch-Pagan con $P - value = 0,030$, Prueba Harvey $P - value = 0,368$, Prueba Glesjer $P - value = 0,030$, Breusch-Pagan-Godfrey $P - value = 0,030$, Prueba White $P - value = 0,024$, de las cuales cuatro rechazan la hipótesis nula y la Prueba Harvey no. Debido a esto se decidió transformar la variable dependiente en logaritmo y realizar las pruebas nuevamente para comparar resultados. Y se obtuvieron resultados similares, donde la prueba de Harvey sugiere que no hay heterocedasticidad. Obteniendo resultados similares para los tres modelos restantes.

Debido a los resultados de las pruebas se ha comprobado la existencia de heterocedasticidad en los modelos iniciales y en los modelos transformados, por ello se aplicó el método de errores estándar robustos de White, para saber que tan grave es el problema. Según los resultados los modelos lineales transformando la variable dependiente en logaritmo no es tan grave ya que los porcentajes de las diferencias de los errores estándar oscilan alrededor de una mínima de 0% y una máxima de 17%, así que se pueden aceptar los modelos transformados, en el apéndice B se presentan las variables significativas de dichos modelos.

Supuesto de normalidad

La normalidad consiste en que todas las muestras, tanto de las variables independientes así como de la variable dependiente, tienen que estar distribuidos normalmente, es decir cumplir con la distribución normal. Y si cumple el supuesto de normalidad también se pueden obtener estimadores de máxima verosimilitud.

Se realizaron las pruebas de Shapiro-Wilk y Jarque-Bera descritas en la sección 3.5, donde los valores para p_{value} estaban muy por debajo de un $\alpha = 0,05$ en ambas pruebas. Los cuatro modelos log-lineal rechazaron la hipótesis nula, indicando que los modelos no se distribuyen normal.

3.7.4. Selección del modelo

Se utilizó el método paso a paso, este requiere de criterio matemático para determinar si el modelo, en este caso el modelo log-lineal (que son los modelos con la transformación de la variable dependiente en logaritmo debido a la heterocedasticidad) mejora o no, con cada incorporación o extracción. Existen varios criterios de ajuste para selección de los modelos empleados, en este caso se utilizaron: R^2 ajustado, estadístico F, log-Verosimilitud, AIC, BIC, tal como se describieron en la sección 3.6.

Tabla 3.3: Resultado de los criterios de ajuste del modelo log-lineal español tercer grado

Criterio	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
R^2 Ajustado	0,251	0,251	0,250
Estadístico F	35,96	73,03	94,37
Log-Verosimilitud	2761,557	2752,831	2746,837
AIC	-5449,154	-5467,663	-5463,674
BIC	-5219,693	-5349,831	-5370,694

El modelo 1 tiene todas las variables. El modelo 2 solo contiene las variables significativas resultantes en el modelo 1. El modelo 3 solo contiene variables significativas resultantes en el modelo 2.

El mejor modelo es aquel que es capaz de explicar con mayor precisión la variabilidad observada en la variable respuesta, empleando el menor número de predictores, a esto se le conoce como el principio de parsimonia. Aplicando este principio y los resultados de las pruebas mostrados en la tabla 3.3 que indican valores muy cercanos al ir ajustando los modelos, se selecciona el modelo 3.

Tabla 3.4: Variables significativas del modelo 3 log-lineal de español tercer grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Clima en el aula escolar	0,009	0,001	7,421	0,000
Prácticas de recreación	0,003	0,000	6,998	0,000
Ingresos en el hogar	0,001	0,000	3,477	0,001
Servicios con los que cuenta el hogar	0,006	0,001	5,403	0,000
Instalaciones en la escuela	0,005	0,001	5,953	0,000
Servicios básicos de la escuela	0,011	0,002	5,814	0,000
Disponibilidad de libros y materiales en la escuela según el director	-0,018	0,002	-7,806	0,000
Evaluación desempeño docente	0,002	0,001	2,700	0,007
Consejo docente	0,002	0,001	3,220	0,001
Preparación docente	0,002	0,001	3,073	0,002
Ambiente laboral según el docente	-0,005	0,001	-5,782	0,000
Violencia en el aula según el docente	0,002	0,001	1,972	0,049
Acompañamiento docente	0,002	0,000	3,796	0,000

Este modelo tiene un R^2 ajustado de 0,250; es capaz de explicar el 25%.

Se aplicaron los criterios de ajuste a los tres modelos restantes, y las pruebas favorecen a los modelos con menos variables, los cuatro modelos rechazan la hipótesis de normalidad.

Tabla 3.5: Variables significativas del modelo 3 log-lineal de matemática tercer grado

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Disponibilidad de libros y materiales en la escuela según el estudiante	0,007	0,002	2,972	0,003
Trabajo infantil	0,007	0,002	3,7950	0,000
Clima en el aula escolar	0,012	0,001	10,800	0,000
Nivel educativo de los padres	0,002	0,001	3,276	0,001
Servicios con los que cuenta el hogar	0,004	0,001	2,851	0,004
Clima negativo del barrio o comunidad hogar	0,001	0,000	1,966	0,049
Gusto por la lectura	0,002	0,001	2,275	0,023
El director cuenta con dos trabajos	-0,009	0,004	-2,552	0,011
Instalaciones en la escuela	0,002	0,001	2,421	0,016
Servicios básicos de la escuela	0,014	0,002	7,562	0,000
Disponibilidad de libros y materiales en la escuela según el director	-0,017	0,002	-7,694	0,000
Evaluación docente	0,005	0,001	5,807	0,000
Preparación docente	0,002	0,001	3,707	0,000
Ambiente laboral según el docente	-0,004	0,001	-5,079	0,000
Gestión directiva interna según el docente	0,001	0,001	2,481	0,013
Monitoreo de las prácticas docentes	0,002	0,001	3,322	0,001

Este modelo tiene un R^2 ajustado de 0,237; es capaz de explicar el 23,71 %.

Tabla 3.6: Variables significativas del modelo 3 log-lineal de español sexto grado

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Género	-0,010	0,004	-2,70	0,007
Edad	0,007	0,0036	2,048	0,041
Nivel educativo de los padres	0,002	0,001	4,33	0,000
Servicios con los que cuenta el hogar	0,005	0,0012	4,182	0,000
Bienes con los que cuenta el hogar	0,003	0,0004	7,422	0,000
Clima en el salón de clases	-0,005	0,001	-3,833	0,000
Puntualidad del docente	0,008	0,002	5,154	0,000
Actitud del docente en el salón de clases	0,002	0,001	2,603	0,009
Preparación docente en la materia	0,003	0,001	3,239	0,001
Liderazgo en el salón de clases	-0,003	0,001	-4,585	0,000
Hostilidad en el salón de clases	0,003	0,001	3,291	0,001
Razón por la que lee el niño	0,001	0,001	1,868	0,062
Prácticas de recreación	-0,006	0,001	-3,773	0,000
Uso del computador	-0,015	0,004	-4,038	0,000
Acceso a internet	0,014	0,004	3,841	0,000
Uso del computador en el tiempo libre	0,002	0,001	1,937	0,053
Ingresos en el hogar	0,001	0,000	2,772	0,006
Servicios con los que cuenta la comunidad	0,002	0,001	2,236	0,025
Clima negativo del barrio o comunidad	-0,001	0,000	-2,752	0,006
Supervisión de estudios en el hogar	0,003	0,001	3,191	0,001
Comunicación con la escuela	-0,002	0,001	-3,259	0,001
Servicios básicos de la escuela	0,001	0,001	10,327	0,000
Satisfacción laboral según el director	-0,002	0,001	-2,291	0,022
Preparación docente	-0,001	0,000	-3,119	0,002
Ambiente laboral según el docente	0,001	0,000	1,963	0,050

Este modelo tiene un R^2 ajustado de 0,320 ; es capaz de explicar el 32%.

Tabla 3.7: Variables significativas del modelo 2 log-lineal de matemática sexto grado

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Género	0,009	0,004	2,229	0,026
Edad	0,011	0,004	2,631	0,009
Nivel educativo de los padres según hijo	0,002	0,001	3,093	0,002
Bienes con los que cuenta el hogar	0,002	0,000	4,100	0,000
Puntualidad del docente	0,005	0,002	3,026	0,003
Actitud del docente en el salón de clases	0,002	0,001	2,755	0,006
Liderazgo en el salón de clases	-0,003	0,001	-4,529	0,000
Hostilidad en el salón de clases	0,003	0,001	3,233	0,001
Razón por la que lee el niño	0,002	0,001	2,721	0,007
Prácticas de recreación	-0,004	0,002	-2,682	0,007
Uso del computador	-0,013	0,004	-2,824	0,005
Acceso a internet	0,008	0,004	1,821	0,069
Uso del computador en el tiempo libre	0,002	0,001	2,799	0,005
Nivel educativo de los padres	0,001	0,001	2,600	0,009
Clima negativo del barrio o comunidad	0,001	0,000	2,103	0,036
Clima barrio o comunidad	-0,001	0,000	-2,370	0,018
Gusto por la lectura	0,004	0,001	3,659	0,000
Asistencia al centro educativo	0,002	0,000	4,359	0,000
Instalaciones en la escuela	0,004	0,001	5,259	0,000
Servicios básicos de la escuela	0,002	0,001	2,070	0,039
Preparación docente	0,001	0,000	2,330	0,020
Actualización docente	-0,006	0,002	-2,411	0,016
Clima del aula según el docente	0,004	0,001	3,640	0,000
Acompañamiento docente	0,002	0,001	2,855	0,004
Gestión directiva interna según el docente	-0,006	0,001	-7,530	0,000
Monitoreo de las prácticas docentes	0,001	0,001	2,721	0,007

Este modelo tiene un R^2 ajustado de 0,195 ; es capaz de explicar el 19,5%.

3.8. Conclusiones

1. La regresión múltiple se utiliza para examinar la relación entre varias variables independientes y una variable dependiente, con los supuestos de no colinealidad, homocedasticidad y normalidad.
2. En los cuatro modelos lineales presentados y según las pruebas realizadas para verificar la existencia de problemas de colinealidad, se puede concluir que es un problema moderado y se pueden aceptar los modelos.

3. Para el problema de heterocedasticidad los cuatro modelos lineales presentados y según las pruebas realizadas, se puede concluir que existe heterocedasticidad en los modelos. Se aplicó el método de errores estándar robustos de White, para saber qué tan grave es el problema y según los resultados en los modelos log-lineal no es tan grave, así que se pueden aceptar los modelos log-lineal de español y matemática para tercer y sexto grado.
4. Los cuatro modelos log-lineal presentados rechazan la hipótesis nula de normalidad. El rechazo de normalidad en los errores afecta el valor de los estadísticos de las pruebas de hipótesis, como el estadístico F, también los estimadores pierden eficiencia aunque siguen siendo insesgados. Por tal razón se realizarán modelaciones jerárquicas donde se podría disponer de información acerca de los individuos como de su contexto y así poder realizar una adecuada estimación de los errores en el modelo.
5. En los cuatro mejores modelos log-lineal se observan los valores de R cuadrado ajustado bajos. Por ejemplo un R^2 ajustado de 0,250 en el modelo 3 log-lineal de español tercer grado, indica que las variables predictoras proporcionan información acerca de la variable respuesta a pesar de que el R^2 ajustado está muy por debajo del 100% ideal, lo que sugiere que no es el modelo más adecuado para el análisis de factores que afectan el rendimiento escolar.
6. Los resultados de los cuatro mejores modelos log-lineal sugieren que el entorno social e institucional, así como los recursos de las escuelas, los recursos de los hogares y la preparación de los docentes inciden en el aprendizaje de estudiantes.
7. Es importante notar como algunas de las variables tienen un efecto negativo en el rendimiento escolar, por ejemplo para tercer grado: la variable ambiente laboral según el docente determina las posibilidades de contar con ambientes adecuados y seguros para el aprendizaje. La variable disponibilidad de libros y materiales en las escuelas según el director refleja las condiciones de trabajo de

los estudiantes. Al no contar con ambientes adecuados y seguros, y entre menos disponibilidad hay de los materiales, mayor efecto negativo habrá en el aprendizaje.

En el caso de sexto grado las prácticas de recreación, aquellas actividades realizadas por el estudiante en el tiempo libre. Y la variable actualización docente, los docentes son los encargados de planificar e implementar las clases y en ellos se materializa la misión de los sistemas educativos de promover el desarrollo de los estudiantes. Las prácticas de recreación equilibradas con las prácticas de estudio, le ayudarán al estudiante a mejorar su rendimiento, al igual que la actualización de los docentes en cuanto a la materia que brinda para una excelente implementación de la misma.

8. También algunas de las variables tiene un efecto positivo alto en el rendimiento escolar, para tercer grado: Clima en el aula escolar, servicios con los que cuenta el hogar y disponibilidad de materiales en la escuela según el estudiante. En el caso de sexto grado los servicios con los que cuenta en el hogar, puntualidad del docente, clima en el salón de clases. Si cuentan con un ambiente adecuado en el salón de clases, si cuentan con todos los servicios básicos en sus hogares y mientras más textos tengan disponibles ya sea para entretenerse, aprender cosas nuevas, estar informado de la actualidad o realizar tareas, mayor es el nivel de aprendizaje que alcanzarán.

3.9. Consideraciones finales

El rendimiento académico de los estudiantes es uno de los indicadores que más se utilizan para evaluar la eficiencia de los sistemas educativos. Los estudiantes que participan en las pruebas de rendimiento académico no pueden ser considerados sujetos independientes de la familia, la comunidad, y en especial de los centros educativos,

que debido a las diversas características y formas de gestión, pueden condicionar el rendimiento académico.

Esta particularidad de los datos provoca que los análisis de modelos de regresión múltiple no sean los más apropiados para este tipo de estudios, ya que obvian este agrupamiento de las unidades muestrales, para ello, el tipo de análisis que más se ajusta a los datos anidados o jerárquicos es el basado en modelos lineales multinivel, también llamados modelos jerárquicos lineales (Iñiguez-Berrozpe and Marcaletti, 2018).

En el siguiente capítulo y utilizando los datos del TERCE se realizarán modelaciones multinivel donde los datos están estructurados de manera jerárquica. En otras palabras, que algunas de las variables de análisis están anidadas o agrupadas en otras de mayor nivel y así comprender la varianza que produce cada nivel de agregación.

Capítulo 4

Modelos Lineales Jerárquicos o Multinivel

Los modelos multinivel son utilizados para tratar datos “jerarquizados” o “anidados”, lo que permite mejorar la calidad de los resultados, y realizar análisis con estimaciones por niveles. En este capítulo se hace una descripción de los modelos lineales jerárquicos o multinivel. Se presentan cuatro modelos para el análisis de factores de rendimiento escolar con el enfoque frecuentista y bayesiano: español y matemática tercer grado, español y matemática sexto grado; describiendo sus respectivos niveles. En el enfoque frecuentista se muestran los resultados de las pruebas para la verificación de los supuestos de homocedasticidad, ortogonalidad y normalidad, se selecciona el mejor modelo utilizando AIC, BIC, y Log-Verosimilitud. En el enfoque Bayesiano se comparan los modelos utilizando PSIS-LOO y WAIC. En ambos enfoques se calcula la correlación intraclase y la calidad del modelo, también se presentan las conclusiones del capítulo, así como las consideraciones finales.

4.1. Antecedentes

Aitkin y Longford (1986) propusieron una técnica de análisis que ha marcado la investigación educativa desde entonces: los modelos multinivel (o modelos jerárquicos). Estos reconocen y manejan la organización jerárquica de los sistemas educativos

(estudiantes en aula, aulas en escuelas, escuelas en países) y ofrecen resultados con una menor incidencia de los errores de estimación.

Cuando se analizan conjuntamente variables de estudiantes junto con otras de aula (la metodología docente) o de escuela, el proceso era seleccionar la unidad de análisis que se va a utilizar. Se tenían dos alternativas: por una parte, que la unidad sea el estudiante individual, la otra posibilidad es que la unidad de análisis sea el centro o el aula. Ambas opciones resultan erróneas para este tipo de estudios (Torrecilla, 2008b). Aquellos que utilizan las puntuaciones de los sujetos directamente pueden caer en la llamada falacia atomista, es decir realizar inferencia sobre un nivel alto de jerarquía, con resultados obtenidos de un nivel más bajo. Y se puede caer en la llamada falacia ecológica, trabajar con los datos agrupados y otorgar incorrectamente las características del contexto a los sujetos (Fernández, 2012).

Los modelos multinivel ayudan a evitar caer en este tipo de errores ya que proponen una estructura de análisis dentro de la cual se pueden reconocer los distintos niveles en que se articulan los datos, pues cada subnivel está representado por su propio modelo, respetando la organización jerárquica que presentan los datos educativos de forma natural, los estudiantes están agrupados en aulas, las aulas en centros docentes y los centros en contextos (distritos escolares, comunidades autónomas, países), elaborando un submodelo diferente para cada nivel.

4.2. Modelos lineales multinivel bajo el enfoque frecuentista

El modelado multinivel puede verse útil al realizar análisis de regresión en circunstancias específicas. Las circunstancias son aquellas en las que las observaciones, como los estudiantes, están anidadas o agrupadas en contextos identificables, como aulas, escuelas y distritos (Bickel, 2007). Los modelos multinivel son, en esencia, am-

pliaciones de los modelos de regresión lineal clásicos; ampliaciones mediante las cuales se elaboran varios modelos de regresión para cada nivel de análisis, con ello los modelos del primer nivel están relacionados por un modelo de segundo nivel en el que los coeficientes de regresión del nivel uno se regresan en un segundo nivel de variables explicativas, y así sucesivamente para los diferentes niveles (Torrecilla, 2008b).

4.2.1. Parámetros fijos y aleatorios

En un modelo multinivel hay dos tipos de parámetros: los parámetros fijos y los aleatorios. Los primeros corresponden a los efectos medios en la población. Los aleatorios corresponden a las varianzas y covarianzas de todos los niveles (Jurado, 2013).

1. Variables fijas y aleatorias: una variable aleatoria es una variable que toma sus valores de una distribución de probabilidad, por lo tanto, tiene una media y una varianza (que puede ser o no conocida). Una variable fija es aquella que sus valores son conocidos.
2. Coeficientes fijos y aleatorios: en los modelos de regresión lineal clásicos, se estiman los parámetros que especifican la recta de regresión, que son el intercepto y las pendientes; estos parámetros son los mismos para todos los grupos, en otras palabras, estos coeficientes son fijos. Los coeficientes aleatorios son coeficientes que se distribuyen según una función de probabilidad. Una regla general para los coeficientes de regresión aleatorios es que solo pueden ser considerados aleatorios en el nivel superior en el que han sido medidos.
3. Efectos fijos y aleatorios: se habla de efectos fijos cuando se cuenta con una variable cuyo dominio representa todos los niveles posibles que son de interés teórico, por ejemplo sexo, raza/etnia. Y de efectos aleatorios, cuando la variable representa una muestra de una población más amplia de valores potenciales: individuos, aulas, escuelas.

4.2.2. Definición formal

El modelo de regresión multinivel asume que existe un conjunto de datos jerárquicos, que a menudo consta de sujetos anidados dentro de grupos, con una única variable de resultado o respuesta que se mide en el nivel más bajo, y variables explicativas en todos los niveles existentes (Hox et al., 2018).

Modelo general de dos niveles

Tomando el siguiente modelo básico de regresión lineal simple:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon \quad (4.1)$$

Aquí, la variable dependiente y se expresa como una función de una variable independiente x , multiplicada por un coeficiente de pendiente β_1 , una intersección β_0 y una variación aleatoria ϵ conocido como el error y se distribuye normalmente con una varianza constante σ^2 . Se define la intersección como la media condicional de y cuando el valor de x es 0.

En el contexto de un modelo de regresión de un solo nivel como este, una intersección es común a todos los individuos de la población de interés. Sin embargo, cuando los individuos se agrupan de alguna manera, por ejemplo estudiantes en aulas y escuelas, potencialmente habrá una intersección separada para cada grupo, es decir, pueden existir diferentes medios para la variable dependiente para $x = 0$ en los diferentes grupos. Permitir intersecciones y pendientes específicas de grupo conduce a la siguiente notación que se usa comúnmente para el modelo de nivel 1 o micro, en el modelado multinivel (Finch et al., 2014).

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} x + \epsilon_{ij} \quad (4.2)$$

Donde el subíndice ij se refiere al i -ésimo individuo del j -ésimo grupo, y_{ij} es la variable respuesta del i -ésimo individuo del j -ésimo grupo, β_{0j} es el intercepto de y del j -ésimo grupo, β_{1j} la pendiente promedio de la regresión y ϵ_{ij} es el error y se dis-

tribuye normalmente con una varianza constante.

Modelo multinivel más básico: predecir el resultado de solo una intersección que permite variar aleatoriamente para cada grupo:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \epsilon_{ij} \quad (4.3)$$

Permitir que la intersección difiera entre los grupos, como en la ecuación (4.3), conduce a la intersección aleatoria que se expresa como:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + U_{0j} \quad (4.4)$$

Donde γ_{00} representa un valor de intersección general o promedio que se mantiene en todos los grupos, mientras que U_{0j} es un efecto específico de grupo en la intersección, con media cero y una varianza τ_{00}^2 . γ_{00} es un efecto fijo porque permanece constante en todos los grupos, y U_{0j} es un efecto aleatorio porque varía de un grupo a otro. Por lo tanto, para un modelo lineal multinivel se está interesado no solo en algún valor medio general para y cuando x es 0 para todos los individuos de la población γ_{00} , sino también en la desviación entre la media general y los efectos específicos del grupo para la intersección U_{0j} .

Siguiendo esta misma analogía del modelo multinivel básico al modelo de regresión 4.2 se obtiene:

$$y = \gamma_{00} + U_{0j} + \beta_1 x + \epsilon \quad (4.5)$$

La ecuación (4.5) se denomina modelo completo o compuesto en el que los niveles múltiples se combinan en una ecuación unificada. A menudo, en el modelo lineal multinivel, se comienza el análisis de un conjunto de datos con este modelo de intersección aleatoria simple conocido como el modelo nulo que toma la forma:

$$y_{ij} = \gamma_{00} + U_{0j} + \epsilon_{ij} \quad (4.6)$$

Si bien este modelo nulo no proporciona información sobre los impactos de variables independientes específicas sobre la dependiente, sí proporciona información

importante sobre cómo la variación en y se divide entre la varianza, entre los valores individuales de σ^2 y la varianza entre los niveles τ^2 . La varianza total de y es simplemente la suma de σ^2 y τ^2 .

Se puede expandir el modelo de intersección aleatoria en la ecuación (4.4) para acomodar una o más variables predictoras independientes. Como ejemplo, si agregamos un solo predictor x_{ij} a nivel individual nivel 1 al modelo, se obtiene:

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}x_{ij} + U_{0j} + \epsilon_{ij} \quad (4.7)$$

Este modelo también se puede expresar en dos niveles separados:

Nivel 1:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}x_{ij} + \epsilon_{ij} \quad (4.8)$$

Nivel 2:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + U_{0j} + \epsilon_{ij} \quad (4.9)$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} \quad (4.10)$$

El modelo ahora incluye el predictor y la pendiente que lo relaciona con la variable dependiente γ_{10} , que es el nivel 1 por el subíndice 10. La interpretación para γ_{10} es de la misma manera que β_1 en el modelo de regresión lineal, es decir, como una medida del impacto en y de un cambio de una unidad en x .

Modelo de tres niveles

Es posible utilizar tres o más niveles de estructuras de datos con el modelo lineal multinivel. Se comienza con el nivel individual:

$$y_{ijk} = \beta_{0jk} + \beta_{1jk}x_{ijk} + \epsilon_{ijk} \quad (4.11)$$

Se asume el supuesto de que las intersecciones y pendientes del nivel 1 son aleatorias para los niveles 2 y 3 con el fin de proporcionar una descripción completa del

modelo más complejo posible cuando están presentes tres niveles de estructura de datos. Los niveles 2 y 3 quedan de la siguiente manera:

Nivel 2:

$$\beta_{0jk} = \gamma_{00k} + U_{0jk} \quad (4.12)$$

$$\beta_{1jk} = \gamma_{10k} + U_{1jk} \quad (4.13)$$

Nivel 3:

$$\gamma_{00k} = \delta_{000} + V_{00k} \quad (4.14)$$

$$\gamma_{10k} = \delta_{100} + V_{10k} \quad (4.15)$$

Ahora se usará una sustitución simple para obtener la expresión de la intersección y la pendiente del nivel 1 en términos de los parámetros del nivel 2 y del nivel 3.

$$\beta_{0jk} = \delta_{000} + V_{00k} + U_{0jk} \quad (4.16)$$

$$\beta_{1jk} = \delta_{100} + V_{10k} + U_{1jk} \quad (4.17)$$

El modelo lineal multinivel completo de tres niveles es:

$$y_{ijk} = \delta_{000} + V_{00k} + U_{0jk} + (\delta_{100} + V_{10k} + U_{1jk})x_{ijk} + \epsilon_{ijk} \quad (4.18)$$

Hay una suposición implícita en esta expresión de la ecuación (4.18) de que no hay interacciones entre niveles, aunque ciertamente pueden modelarse en los tres niveles o para cualquier par de niveles. También es posible incluir variables en los niveles 2 y 3, similar a la estructura del modelo de dos niveles.

4.2.3. Correlación intraclase (ICC)

Es un indicador de la homogeneidad interna de los grupos. Es una medida de la similitud de las unidades del nivel individual y de las diferencias entre las unidades del nivel macro (Fernández, 2012). Una correlación baja o cercana a cero significará que los sujetos dentro del mismo grupo son tan diferentes entre sí como los que pertenecen a otros grupos.

En un modelo de dos niveles, la correlación intraclase se calcula en el modelo de solo intercepto:

$$\rho = \frac{\tau^2}{\tau^2 + \sigma^2} \quad (4.19)$$

Donde σ^2 es la varianza dentro de los niveles y τ^2 es la varianza entre las medias de los distintos niveles.

La correlación intraclase ρ indica la proporción de la varianza total explicada por la estructura de agrupamiento en la población. La ecuación (4.19) establece que la correlación intraclase es la proporción de la varianza a nivel de grupo en comparación con la varianza total. La correlación ρ también se puede interpretar como la correlación esperada entre dos unidades que están en el mismo grupo (Hox et al., 2018).

4.2.4. Supuestos del modelo multinivel

Los modelos multinivel tienen algunos supuestos de partida, sin cuyo cumplimiento las estimaciones obtenidas no son correctas. Los principales supuestos recaen sobre el error del modelo, y su certificación se realiza a través del análisis de los residuos. Estos supuestos son los siguientes (Torrecilla, 2008b):

1. Homocedasticidad: el error tiene media nula y varianza constante.
2. Ortogonalidad: los componentes aleatorios y el valor previsto son ortogonales, es decir que si por ejemplo se llaman a dos variables aleatorias X y Y entonces $E[X^T Y] = 0$
3. Normalidad: el error debe tener una distribución normal para que se puedan inferir los resultados de la muestra a la población.

Para verificar si tales supuestos se cumplen o no, se realizaran pruebas gráficas partiendo de los residuos, y como prueba adicional de normalidad se aplicará la prueba de Shapiro-Wilk discutida en la sección 3.4.2, con un nivel α de significancia del 5%.

4.2.5. Comparación de los modelos frecuentista multinivel

Los modelos multinivel se pueden comparar usando las pruebas de Log-Verosimilitud, AIC y BIC , que se explicaron en la sección 3.5 con los modelos de regresión múltiple. El BIC impone una sanción más severa, sin embargo, la prueba Log-Verosimilitud es un método más confiable para comparar modelos anidados (Roback and Legler, 2021).

4.2.6. Calidad del modelo frecuentista

Es posible estimar la proporción de varianza en la variable de resultado contabilizada en cada nivel del modelo. En el contexto del modelado multinivel, los valores de R^2 se pueden estimar para cada nivel del modelo (Finch et al., 2014). Lo que se desea conocer es cuánta varianza de la escuela y del estudiante es explicada por el modelo, sería un valor de su capacidad explicativa, R^2 toma valores entre 0 y 1.

Para el nivel 1, se puede calcular de la siguiente manera:

$$R_1^2 = 1 - \frac{\sigma_{MF}^2}{\sigma_{M0}^2} \quad (4.20)$$

Para el nivel 2:

$$R_2^2 = 1 - \frac{\tau_{MF}^2}{\tau_{M0}^2} \quad (4.21)$$

Si el intercepto apenas tiene varianza aleatoria, la varianza total será la suma de las varianzas de los niveles 1 y 2. De esta forma, podremos estimar el coeficiente de determinación total R^2

$$R^2 = 1 - \frac{\sigma_{MF}^2 + \tau_{MF}^2}{\sigma_{M0}^2 + \tau_{M0}^2} \quad (4.22)$$

Donde σ_{MF}^2 es la varianza entre las medias de los distintos niveles del modelo final, τ_{MF}^2 es la varianza dentro de los niveles del modelo final, σ_{M0}^2 es la varianza entre las medias de los distintos niveles del modelo nulo, τ_{M0}^2 es la varianza dentro de los niveles del modelo nulo.

4.3. Inferencia Bayesiana

El enfoque bayesiano para el análisis de datos se diferencia del frecuentista en que cada parámetro del modelo se considera una variable aleatoria, contrariamente al enfoque frecuentista que considera los valores de los parámetros como cantidades desconocidas y fijas, y por el uso explícito de la probabilidad para modelar la incertidumbre. Los dos enfoques también difieren en su concepción de lo que es la probabilidad. En el marco bayesiano, la probabilidad se refiere a la experiencia de la incertidumbre, mientras que en el marco frecuentista se refiere al límite de una frecuencia relativa es decir, la frecuencia relativa de un evento cuando el número de ensayos se acerca al infinito. Una consecuencia directa de estas dos diferencias es que el análisis de datos bayesianos permite a los investigadores discutir la probabilidad de un parámetro o un vector de parámetros θ , dado un conjunto de datos y usando el teorema de Bayes, se puede derivar una distribución de probabilidad $p(\theta|y)$ llamada distribución posterior, que refleja el conocimiento sobre el parámetro, dados los datos y la información previa. Esta distribución es el objetivo de cualquier análisis bayesiano y contiene toda la información necesaria para la inferencia (Nalborczyk et al., 2019).

El teorema de Bayes está dado por:

$$p(\theta|y) = \frac{p(\theta)p(y|\theta)}{p(y)} \quad (4.23)$$

El término $p(\theta)$ corresponde a la distribución previa, que especifica la información previa sobre los parámetros es decir, lo que se conoce sobre θ antes de observar los datos como una distribución de probabilidad. El lado derecho del numerador $p(y|\theta)$ representa la probabilidad también llamada distribución muestral o modelo generativo, y es la función a través de la cual los datos afectan la distribución posterior, y finalmente, $p(y)$ se llama probabilidad marginal.

El resultado de un análisis bayesiano, es decir, la distribución posterior $p(\theta|y)$, está dado por el producto de la información contenida en los datos es decir, la verosimilitud y la información disponible antes de observar los datos es decir, la previa. Este

constituye el principio crucial de la inferencia bayesiana, que puede verse como un mecanismo de actualización. En resumen, el teorema de Bayes permite actualizar un estado de conocimiento previo a un estado de conocimiento posterior, lo que representa un compromiso entre el conocimiento previo y la evidencia empírica.

En términos de estimación, inferencia y predicción, el enfoque bayesiano supone dos momentos o etapas (Rojas et al., 2010):

1. Antes de la recolección de los datos, se propone, una distribución de probabilidad a priori para el parámetro de interés. Con esta distribución es posible calcular estimaciones puntuales y por intervalo con el fin de confirmar que la distribución propuesta se ajusta al problema de estudio.
2. Después de la recolección de los datos y siguiendo el teorema de Bayes, se actualiza el conocimiento acerca del comportamiento probabilístico del parámetro de interés mediante la distribución a posteriori del parámetro de interés. Dado que la posteriori es una combinación de información de la priori y los datos, una priori más informativa tiene un mayor impacto en la posteriori.

4.3.1. Modelos bayesianos multinivel

Se construye un modelo lineal multinivel a partir del modelo de regresión lineal ordinario y se intenta predecir un resultado y_i mediante una combinación lineal de una intersección β y una pendiente que cuantifica la influencia de un predictor x_i (Nalborczyk et al., 2019):

$$y_i \sim N(\mu_i, \sigma_e^2) \tag{4.24}$$

$$\mu_i = \alpha + \beta x_i \tag{4.25}$$

Esta notación es estrictamente equivalente a la siguiente notación:

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i \tag{4.26}$$

$$\epsilon_i \sim N(0, \sigma_e^2) \tag{4.27}$$

Se usará la primera notación ya que se generaliza mejor a modelos más complejos. En términos bayesianos, estas dos líneas (4.24) y (4.25) describen la verosimilitud del modelo, que es la suposición hecha sobre el proceso generativo a partir del cual se emiten los datos. Suponemos que los resultados y_i se distribuyen normalmente alrededor de una media μ_i con algún error σ_e^2 . Esto equivale a decir que los errores se distribuyen normalmente alrededor de 0, como lo ilustra la equivalencia anterior. Luego, podemos extender este modelo al siguiente modelo multinivel, agregando una intersección variable:

$$y_i \sim N(\mu_i, \sigma_e^2) \quad (4.28)$$

$$\mu_i = \alpha_{j[i]} + \beta x_i \quad (4.29)$$

$$\alpha_{j[i]} \sim N(\alpha, \sigma_\alpha^2) \quad (4.30)$$

Donde $\alpha_{j[i]}$ indica que a cada grupo j se le da una intersección única, emitida a partir de una distribución gaussiana centrada en α , la gran intersección, lo que significa que puede haber diferentes puntuaciones medias para cada clase. A partir de esta notación se puede ver que además de la desviación estándar residual σ_e^2 , ahora se está estimando un componente de varianza más σ_α^2 , que es la desviación estándar de la distribución de intercepciones variables. Se puede interpretar la variación del parámetro α entre los grupos j considerando la correlación intraclase (ICC, explicada en la sección 4.2.3), que va a 0, si la agrupación no transmite información, y a 1, si todas las observaciones en un grupo son idénticas.

La tercera línea (4.30) se denomina distribución previa en el marco bayesiano. Esta distribución previa describe la población de intersecciones, modelando así la dependencia entre estos parámetros. Siguiendo la misma estrategia, podemos agregar una pendiente variable, que puede variar según el grupo j :

$$y_i \sim N(\mu_i, \sigma_e^2) \quad (4.31)$$

$$\mu_i = \alpha_{j[i]} + \beta_{j[i]}x_i \quad (4.32)$$

$$\alpha_{j[i]} \sim N(\alpha, \sigma_\alpha^2) \quad (4.33)$$

$$\beta_{j[i]} \sim N(\beta, \sigma_\beta^2) \quad (4.34)$$

A estas pendientes variables se les asigna una distribución previa centrada en la gran pendiente β , y con desviación estándar σ_β^2 .

En el marco bayesiano, toda incógnita se considera una variable aleatoria que se puede describir mediante distribuciones de probabilidad. Como consecuencia, no existe tal cosa como un “efecto fijo” o una “distribución de efectos aleatorios”. Sin embargo, estas disputas semánticas desaparecen cuando se escribe el modelo (Nalborczyk et al., 2019).

Supongamos que tenemos una variable continua dependiente y y un predictor categórico dicotómico x . Sea y_{ij} la puntuación del i -ésimo participante en la j -ésima condición. Podemos escribir un modelo de “efectos mixtos” que contiene tanto efectos fijos como aleatorios de la siguiente manera:

$$y_{ij} = \alpha + \alpha_i + \beta x_i + \epsilon_{ij} \text{ con } \epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_e^2) \text{ y } \alpha_i \sim N(0, \sigma_\alpha^2)$$

Donde los términos α y β representan los “efectos fijos” y denotan la respuesta media general y la diferencia de condición en la respuesta, respectivamente. Además, ϵ_{ij} son errores aleatorios que se supone que se distribuyen normalmente con varianza desconocida σ_e^2 , y los α_i son efectos aleatorios específicos individuales normalmente distribuidos en la población con varianza desconocida σ_α^2 .

Se puede reescribir el modelo anterior de la siguiente manera:

$$y_{ij} \sim N(\mu_{ij}, \sigma_e^2) \quad (4.35)$$

$$\mu_{ij} = \alpha_i + \beta x_i \quad (4.36)$$

$$\alpha_i \sim N(\alpha, \sigma_\alpha^2) \quad (4.37)$$

4.3.2. Comparación de los modelos bayesianos multinivel

Hay dos familias de estrategias para la comparación de los modelos: validación cruzada y criterios de información. Estas estrategias tratan de visualizar cómo funcionarán bien los modelos, en promedio, en la predicción de nuevos datos.

Validación cruzada

Una estrategia popular para estimar la precisión predictiva es probar la precisión predictiva del modelo en otra muestra. Esto se conoce como validación cruzada, dejando fuera una pequeña parte de las observaciones de la muestra y evaluando el modelo en las observaciones que quedaron fuera. Por supuesto, no se quiere omitir datos. Entonces, lo que se suele hacer es dividir la muestra en varios trozos, llamados “pliegues”. Se le pide al modelo que prediga un grupo, después del entrenamiento en todos los demás pliegues para obtener una estimación de la precisión fuera de la muestra. El número mínimo de pliegues es 2 (McElreath, 2020) .

El problema clave con la validación cruzada de dejar uno fuera es que, si se tienen 1000 observaciones, eso significa calcular 1000 distribuciones posteriores. Eso puede llevar mucho tiempo. Afortunadamente, existen formas de aproximar el núcleo de validaciones cruzadas sin tener que ejecutar el modelo una y otra vez.

Un enfoque utiliza la “importancia” de cada observación para la distribución posterior. El significado de “importancia” que ella repite en algunas observaciones tiene un mayor impacto en la distribución posterior: si se elimina una observación importante, la posterior cambia más, otras observaciones afectan con menos impacto. La

intuición clave es que una observación que es relativamente poco probable que sea más importante que una que es relativamente esperada. Cuando se violan sus expectativas, debe cambiar sus expectativas, la inferencia bayesiana funciona de la misma manera. Esta importancia se denomina ponderación, y estas ponderaciones se pueden utilizar para estimar la precisión de un modelo fuera de la muestra. Utilice una aproximación completa de la puntuación de validación cruzada.

La validación cruzada de muestreo tenue (PSIS) usa muestreo por importancia, lo que simplemente significa que usa el enfoque de ponderaciones de importancia que se describe en el párrafo anterior. La mejor característica de PSIS es que proporciona retroalimentación sobre su confiabilidad. Para ello, toma nota de las observaciones particulares con ponderaciones muy altas que podrían hacer que la puntuación del PSIS sea inexacta. Otra característica interesante del PSIS como aproximación es que se calcula punto por punto. Esta naturaleza puntual proporciona una estimación aproximada, a veces muy aproximada, del error estándar de la estimación de la desviación fuera de la muestra. Para calcular este error estándar, se calcula la puntuación PSIS para cada observación y luego se hace uso del teorema del límite central para proporcionar una medida del error estándar:

$$S_{psis} = \sqrt{N \text{var}(psis_i)} \quad (4.38)$$

donde N es el número de observaciones y $psis_i$ es la estimación de PSIS para la observación i .

Validación cruzada suavizada por Pareto

La validación cruzada estima la densidad logarítmica puntual predictiva fuera de la muestra. Si tiene N observaciones y ajusta el modelo N veces, descartando una sola observación y_i cada vez, entonces el lppd (densidad-logarítmica-puntual-predictiva) fuera de la muestra es la suma de la precisión promedio para cada y_i omitido (McElreath, 2020).

$$lppd_{cv} = \sum_{i=1}^N \sum_{s=1}^S \log Pr(y|\theta_{-i,s}) \quad (4.39)$$

Donde s indica muestras de una cadena de Markov, $y|\theta_{-i,s}$ es la s -ésima muestra de la distribución posterior calculada para las observaciones que omiten y_i .

El muestreo por importancia reemplaza el cálculo de N distribuciones posteriores utilizando una estimación de la importancia de cada i para la distribución posterior. Se extraen las muestras de la distribución posterior completa $p(\theta|y)$, pero se quiere muestras de la distribución posterior reducida de dejar uno fuera $p(\theta|y_i)$. Así que se pondera cada muestra s por el inverso de la probabilidad de la observación omitida:

$$r(\theta_s) = \frac{1}{p(y_i|\theta_s)} \quad (4.40)$$

Este peso es solo relativo, pero se normaliza dentro del cálculo de la siguiente manera:

$$lppd_{IS} = \sum_{i=1}^N \log \frac{\sum_{s=1}^S p(y_i|\theta_s)}{\sum_{s=1}^S r(\theta_s)} \quad (4.41)$$

Y es conocida como la estimación de la importancia del muestreo de lppd fuera de la muestra.

La razón por la que se deba hacer un suavizado de Pareto es que los pesos $r(\theta_s)$ pueden no ser fiables. En particular, si cualquier $r(\theta_s)$ es demasiado grande, puede arruinar la estimación de lppd al dominarlo. Una estrategia es truncar los pesos para que ninguno sea mayor que un límite derivado teóricamente. Esto ayuda, pero también sesga la estimación. Lo que hace PSIS es aprovechar el hecho de que la distribución de pesos debe tener una forma particular, bajo algunas condiciones regulares. Los pesos más grandes deben seguir una distribución de Pareto generalizada:

$$p(r|u, \sigma, k) = \sigma^{-1} (1 + k(r - u)\sigma^{-1})^{\frac{-1}{k} - 1} \quad (4.42)$$

Donde u es el parámetro de ubicación, σ es la escala y k es la forma. Para una observación y_i , los pesos más grandes se utilizan para estimar una distribución de Pareto y luego suavizar la distribución, esto funciona bastante bien, tanto en la teoría como en la práctica. Sin embargo, lo mejor del enfoque es que las estimaciones de k proporcionan información sobre la confiabilidad de la aproximación. Habrá un valor

k para cada y_i , si $k > 0,5$, entonces la distribución de Pareto tiene una varianza infinita. Una distribución con variación infinita tiene una cola muy gruesa. Dado que se trata de suavizar los pesos de importancia con la cola de la distribución, una variación infinita hace que el peso sea más confiable. Aún así, tanto la teoría como la simulación sugieren que las ponderaciones de PSIS funcionan bien siempre que $k < 0,7$ (Vehtari et al., 2016).

Criterios de información

El segundo enfoque es el uso de criterios de información para calcular una puntuación esperada de la muestra, estimación de la divergencia KL (Kullback-Leibler) relativa fuera de la muestra.

La divergencia Kullback-Leibler entre dos parámetros de densidades $P(y|\theta_k)$ y $P(y|\theta_0)$ con respecto a $P(y|\theta_0)$ esta definida como:

$$2I_n(\theta_0, \theta_k) = E_{\theta_0} \left\{ 2 \ln \frac{p(y|\theta_0)}{p(y|\theta_k)} \right\} \quad (4.43)$$

$$= E_{\theta_0} \{-2 \ln p(y|\theta_k)\} - E_{\theta_0} \{-2 \ln p(y|\theta_0)\} \quad (4.44)$$

$$= d_n(\theta_0, \theta_k) - d(\theta_0, \theta_0) \quad (4.45)$$

Donde $d_n(\theta_i, \theta_j) = E_{\theta_i} \{-2 \ln p(y|\theta_j)\}$ y la expectativa $E_{\theta_i} \{.\}$ se toma con respecto a $p(y|\theta_i)$ (Seghouane and Amari, 2007).

Criterio de información de Akaike

Discutido en la sección 3.5.4 es el criterio de información más conocido, su abreviación es AIC. AIC proporciona una estimación sorprendentemente simple de la desviación promedio fuera de la muestra, lo que AIC indica es que la dimensionalidad de la distribución posterior es medida natural de la tendencia al sobreajuste del modelo. Los modelos más complejos tienden al sobreajuste más, directamente en proporción al número de parámetros.

También se basa en el concepto de divergencia dirigida de Kullback-Leibler entre dos funciones de densidad de probabilidad, que también se conoce como: la información de Kullback-Leibler, la entropía relativa o la divergencia de KL, es una divergencia o medida no simétrica (Seghouane and Amari, 2007), en otras palabras es la incertidumbre adicional inducida por el uso de probabilidades de una distribución para describir otra distribución.

Hay un criterio más general, el Criterio de Información de Desviación (DIC). DIC está bien con prioris informativas, pero todavía asume que la posterior es gaussiana multivariante.

El criterio de información ampliamente aplicable (WAIC)

Proporciona una aproximación de la desviación fuera de la muestra que converge con la aproximación de validación cruzada en una muestra grande. Pero en una muestra finita, puede estar en desacuerdo, porque tiene un objetivo diferente; no intenta aproximarse a la puntuación de validación cruzada, sino más bien predice la divergencia de KL fuera de la muestra. El WAIC es la densidad log-posterior-predictiva que se calculó anteriormente más una penalización proporcional a la varianza en las predicciones posteriores (McElreath, 2020):

$$WAIC(y, \Theta) = -2(lppd - \sum_i var_{\theta} \log p(y_i | \theta)) \quad (4.46)$$

Donde $lppd(y, \Theta) = \sum_i \log \frac{1}{s} \sum_s p(y_i | \theta)$, y son las observaciones y Θ es la distribución posterior. El término de penalización $\sum_i var_{\theta} \log p(y_i | \theta)$ significa, calcular la varianza en las probabilidades log para cada observación i , y luego sumar estas varianzas para obtener la penalización total, su propia puntuación de penalización personal y dado que estos puntajes miden el riesgo de sobreajuste, también puede evaluar el riesgo de sobreajuste al nivel de cada observación. Los valores más pequeños de WAIC son mejores.

Debido a la analogía con el criterio original de Akaike, el término de penalización WAIC en ocasiones se denomina como el número efectivo de parámetros, denominado p_{waic} . El ajuste excesivo de un modelo tiene menos que ver con el número de parámetros que con la forma en que los parámetros están relacionados con otros. Cuando se habla de modelos multinivel, agregar parámetros al modelo en realidad puede reducir el “número efectivo de parámetros”.

La predicción se considera caso por caso, o punto por punto, en los datos. Varias cosas surgen de este: primero, WAIC también tiene un error estándar aproximado. En segundo lugar, dado que algunas observaciones han influido mucho en la distribución posterior, WAIC señala esto en sus términos de penalización esporádicos. En tercer lugar, al igual que la validación cruzada y el PSIS, debido a que WAIC permite dividir en grupo los datos en observaciones independientes, a veces es difícil de definir.

4.3.3. Criterios de calidad del modelo bayesiano

Los modelos multinivel se basan en relaciones de regresión en diferentes niveles, con el primer nivel correspondiente a los datos individuales y los niveles subsiguientes correspondientes a regresiones entre grupos de los efectos de los predictores individuales sobre las variables de la unidad de agrupación.

Se utiliza un enfoque bayesiano para definir R^2 en cada nivel del modelo multinivel, en lugar de intentar crear una sola medida de resumen de ajuste, este método se basa en comparar varianzas en un solo modelo ajustado en lugar de un modelo nulo. También se realiza una comparación de varianza relacionada para resumir el grado en que las estimaciones en cada nivel del modelo se agrupan en función de la relación de regresión específica del nivel, en lugar de estimarse por separado. Este factor de agrupación está relacionado con el concepto de contracción en modelos jerárquicos simples (Gelman and Pardoe, 2012) .

El modelo jerárquico descrito en la sección 4.3.1 permite determinar las compara-

ciones de varianza apropiadas en cada uno de los dos niveles del modelo, esto puede considerarse un modelo multinivel con solo el predictor constante a nivel de grupo. Para simplificar, se supone que los tamaños de muestra dentro del grupo n_j son todos iguales a un valor común n , de modo que el tamaño de muestra total es $N = nJ$.

Varianza explicada R^2

Para el modelo de nivel de datos condicionada a σ_e^2 y σ_α^2 la proporción de la varianza explicada es (Gelman and Pardoe, 2012):

$$R^2 = 1 - \frac{\frac{\hat{\sigma}_e^2}{n}}{\frac{\hat{\sigma}_\alpha^2}{n+1} + \frac{\hat{\sigma}_e^2}{n}} \quad (4.47)$$

Factor de agrupación λ

Para el modelo de nivel de datos condicionada a σ_e^2 y σ_α^2

El factor de agrupación a nivel de datos es (Gelman and Pardoe, 2012):

$$\lambda = 1 - \frac{\frac{n}{(n+1)}\hat{\sigma}_\alpha^2 + \frac{\hat{\sigma}_e^2}{n}}{\hat{\sigma}_\alpha^2 + \frac{\hat{\sigma}_e^2}{n}} \quad (4.48)$$

El factor de agrupación a nivel de grupo es:

$$\lambda = 1 - \frac{\hat{\sigma}_e^2}{\hat{\sigma}_\alpha^2 + \frac{\hat{\sigma}_e^2}{n}} \quad (4.49)$$

Al interpretar el factor de combinación λ ; 0,5 es el punto de referencia. Un factor de combinación $\lambda < 0,5$ sugiere un mayor grado de información dentro del grupo que la información a nivel de población. Por el contrario, un factor de combinación $\lambda > 0,5$ sugiere un mayor grado de información a nivel de población que información dentro del grupo (Gelman and Pardoe, 2012).

4.4. Resultados del enfoque frecuentista

Se trata de obtener el modelo que, mejor se ajuste a los datos utilizando regresión multinivel con un enfoque frecuentista (Rivas and Cruz, 2022); haciendo uso de las bases de datos públicas del TERCE (UNESCO, 2019), con los datos correspondientes a Honduras. Toda la información de las cuatro bases de datos se procesó con el paquete estadístico R (Team, 2020) con la librería lme4 (Bates et al., 2014).

4.4.1. Descripción de los niveles

Inicialmente se pensó ajustar un modelo multinivel de 3 niveles, estudiantes anidado en aulas estas a su vez en escuela, pero no se cuenta con la información relacionada a las aulas, por tal razón se trabajará con un modelo multinivel de 2 niveles, estudiantes anidados dentro de escuelas; el modelo del nivel 1 representará las relaciones de las variables a nivel del estudiante, y el modelo del nivel 2 capturará la influencia de los factores a nivel de escuela.

En el capítulo 3 se trabajó la elaboración de los índices que en este caso representan las variables y se dividieron en, estudiantes: que contiene todos los índices relacionados con los estudiantes y sus familias. Director: que contiene todos los índices relacionados con la escuela y el director. Y docentes: contiene todos los índices relacionados con el aula y los docentes. Como se mencionó antes, solo se trabajará en dos niveles, así que los índices que forman docentes pasaron a formar parte de director o estudiante según la relación, quedando de la siguiente manera:

Para matemática y español tercer grado:

Nivel estudiante:

Género, edad, nivel educativo de los padres, servicios con los que cuenta el hogar, bienes con los que cuenta el hogar, clima en el salón de clases, puntualidad del docente, actitud del docente en el salón de clases, preparación docente en la materia, metodología docente, liderazgo en el salón de clases, hostilidad en el salón de clases, razón

por la que lee el niño, prácticas de recreación, trabajo infantil, uso del computador, acceso a internet, uso del computador en el tiempo libre, nivel educativo de los padres según los padres, ingresos en el hogar, alimentación en el hogar, servicios con los que cuenta la comunidad, clima negativo del barrio o comunidad, clima positivo del barrio o comunidad, gusto por la lectura, asistencia al centro educativo, supervisión de estudios en el hogar, comunicación con la escuela, técnicas de evaluación, clima del aula según el docente.

Nivel escuela:

Instalaciones en la escuela, infraestructura del aula, servicios básicos de la escuela, programas escolares adicionales, gestión directiva interna, satisfacción laboral según el director, evaluación desempeño docente, preparación docente, actualización docente, ambiente laboral según el docente, acompañamiento docente, gestión directiva interna según el docente, monitoreo de las practicas docentes.

Para matemática y español sexto grado:

Nivel estudiante:

Género, edad, disponibilidad de libros y materiales en la escuela según el estudiante, trabajo infantil, clima en el aula escolar, prácticas de recreación, nivel educativo de los padres, ingresos en el hogar, servicios con los que cuenta el hogar, bienes con los que cuenta el hogar, alimentación en el hogar, servicios con los que cuenta la comunidad, clima negativo del barrio o comunidad del hogar, clima positivo del barrio o comunidad del hogar, gusto por la lectura, supervisión de estudios en el hogar, comunicación con la escuela, técnicas de evaluación, violencia en el aula según el docente, clima del aula según el docente.

Nivel escuela:

El director cuenta con dos trabajos, instalaciones en la escuela, infraestructura del aula, servicios básicos de la escuela, disponibilidad de libros y materiales en la escuela según el director, programas escolares adicionales, satisfacción laboral según el

director, evaluación desempeño docente, consejo docente, preparación docente, actualización docente, ambiente laboral según el docente, gestión directiva interna según el docente, acompañamiento docente, monitoreo de las practicas docentes.

Se cuenta con una variable puntaje estándar para el rendimiento en español y matemática en tercero y sexto grado, esta variable se transformó con logaritmo para tener un mejor ajuste del modelo, más las variables explicativas.

Modelo Nulo

El modelo nulo que contiene únicamente una variable respuesta y la constante, sin ninguna variable predictora, de esta forma, el modelo posee efectos aleatorios en los dos niveles y no incluye variables explicativas en ninguno de ellos. Este modelo es útil para obtener estimaciones de la varianza residual y de intersección cuando solo se considera el agrupamiento por escuela (Torrecilla, 2008b). Los valores AIC y BIC, Log-Verosimilitud que son de interés primordial, en este caso serán útiles para comparar este modelo con otros que incluyen una o más variables independientes, y seleccionar el modelo que mejor se ajuste, como se verá más adelante.

Para el caso del modelo nulo con dos niveles para la base de datos tercer grado español con 3647 estudiantes y 196 escuelas, tiene como resultado un AIC de -5463,5, BIC de -5444,9 y Log-Verosimilitud de 2734,7, con varianza $\tau_{MO}^2 = 0,006$ y $\sigma_{M0}^2 = 0,012$, con una correlación intraclase ICC de 0,35 lo que indica que la correlación de los puntajes de las pruebas de español entre los estudiantes dentro de las mismas escuelas es 35%.

Para el modelo nulo con dos niveles para la base de datos tercer grado matemática con 3709 estudiantes y 193 escuelas, tiene como resultado un AIC de -5872,9, BIC de -5854,3 y Log-Verosimilitud de 2939,5 , con varianza $\tau_{MO}^2 = 0,006$ y $\sigma_{M0}^2 = 0,011$, con una correlación intraclase ICC de 0,37 lo que indica que la correlación de los puntajes de las pruebas de matemática entre los estudiantes dentro de las mismas escuelas es

37%.

Para el modelo nulo con dos niveles para la base de datos sexto grado español con 3757 estudiantes y 201 escuelas, tiene como resultado un AIC de -6020,9, BIC de -6002,2 y Log-Verosimilitud de 3013,5 , con varianza $\tau_{MO}^2 = 0,007$ y $\sigma_{MO}^2 = 0,010$, con una correlación intraclase ICC de 0,42 lo que indica que la correlación de los puntajes de las pruebas de español entre los estudiantes dentro de las mismas escuelas es 42%.

Y finalmente el modelo nulo con dos niveles para la base de datos sexto grado matemática con 2960 estudiantes y 164 escuelas, tiene como resultado un AIC de -4830,1, BIC de -4812,1 y Log-Verosimilitud de 2418,1 , con varianza $\tau_{MO}^2 = 0,004$ y $\sigma_{MO}^2 = 0,010$, con una correlación intraclase ICC de 0,27 lo que indica que la correlación de los puntajes de las pruebas de matemática entre los estudiantes dentro de las mismas escuelas es 27%.

Modelo solo variables de estudiantes

La expansión del modelo se realiza incluyendo variables relacionadas con los estudiantes al modelo nulo y verificar la significancia de cada nueva variable comparando los valores del estadístico del modelo nulo y los modelos siguientes que contienen variables relacionadas con los estudiantes, lo que permite evaluar el aporte de cada variable; de igual manera la varianza de cada nivel permite analizar cómo la inclusión de cada variable afecta los diferentes niveles (Jurado, 2013).

Se obtuvieron los resultados en tercer grado español, un AIC de -5597,5, BIC de -5454,9 y Log-Verosimilitud de 2821,8, estos resultados indican una mejoría en el modelo, y se obtuvieron varianzas $\tau_{M1}^2 = 0,005$ y $\sigma_{M1}^2 = 0,011$. En el apéndice C se presentan las variables significativas del modelo multinivel de español tercer grado donde, de las 20 variables incluidas en este modelo solo 9 resultaron significativas y se obtuvieron los resultados de un AIC de -5612,6, BIC de -5538,2 y Log-Verosimilitud de 2818,3. Estos resultados indican que estas variables proporcionan un mejor ajuste

al modelo, esto significa que se deben incluir en el modelo final, y la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\tau_{M2}^2 = 0,005$, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{M2}^2 = 0,011$.

Para el modelo de dos niveles con variables de estudiantes tercer grado matemática, se obtuvieron los resultados de un AIC de -6022,2, BIC de -5879,2 y Log-Verosimilitud de 3034,1 , estos resultados indican una mejoría en el modelo, y se obtuvieron varianzas $\tau_{M1}^2 = 0,005$ y $\sigma_{M1}^2 = 0,010$. En el apéndice D se presentan las variables significativas del modelo multinivel de matemática tercer grado donde, de las 20 variables incluidas en este modelo solo 7 resultaron significativas y se obtuvieron los resultados de un AIC de -6037,8, BIC de -5975,6 y Log-Verosimilitud de 3028,9. Estos resultados indican que estas variables proporciona un mejor ajuste al modelo, esto significa que se deben incluir en el modelo final, y la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\tau_{M2}^2 = 0,005$, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{M2}^2 = 0,010$.

Para el modelo de dos niveles con variables de estudiantes sexto grado español se obtuvieron los resultados de un AIC de -6400,6, BIC de -6195,0 y Log-Verosimilitud de 3233,3 , estos resultados indican una mejoría en el modelo, y se obtuvieron varianzas $\tau_{M1}^2 = 0,003$ y $\sigma_{M1}^2 = 0,010$. En el apéndice C se presentan las variables significativas del modelo multinivel de español sexto grado donde, de las 30 variables incluidas en este modelo solo 18 resultaron significativas, y se obtuvieron los resultados de un AIC de -6410,4, BIC de -6279,6 y Log-Verosimilitud de 3326,2. Estos resultados indican que estas variables proporcionan un mejor ajuste al modelo, esto significa que se deben incluir en el modelo final, y la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\tau_{M2}^2 = 0,003$, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{M2}^2 = 0,010$.

Para el modelo de dos niveles con variables de estudiantes sexto grado matemática, se obtuvieron los resultado un AIC de -5029,6, BIC de -4831,8 y Log-Verosimilitud de

2547,8 , estos resultados indican una mejoría en el modelo, y se obtuvieron varianzas $\tau_{M1}^2 = 0,002$ y $\sigma_{M1}^2 = 0,010$. En el apéndice C se presentan las variables significativas del modelo multinivel de matemática tercer grado donde, de las 30 variables incluidas en este modelo solo 16 resultaron significativas, y se obtuvieron los resultados de un AIC de -5044,5, BIC de -4930,6 y Log-Verosimilitud de 2541,2. Estos resultados indican que estas variables proporciona un mejor ajuste al modelo, esto significa que se deben incluir en el modelo final, y la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\tau_{M2}^2 = 0,002$, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{M2}^2 = 0,010$.

Modelo solo variables de escuela

Se continúa con el modelo para mostrar el efecto de la adición de cada una de las variables del nivel escuela al modelo nulo y verificar la significancia de cada nueva variable comparando los valores del estadístico del modelo nulo, se incorporaron las variables correspondientes al nivel escuela según el grado y asignatura.

Para el modelo español tercer grado se obtuvieron los resultados de un AIC de -5571,7, BIC de -5460,0 y Log-Verosimilitud de 2803,8, estos resultados indican una mejoría en el modelo, y se obtuvieron varianzas $\tau_{M1}^2 = 0,002$ y $\sigma_{M1}^2 = 0,011$. En el apéndice D se presentan las variables significativas del modelo multinivel de español tercer grado donde, de las 15 variables incluidas en este modelo solo 4 resultaron significativas y para este modelo se obtuvieron los resultados de un AIC de -5574,5, BIC de -5531,1 y Log-Verosimilitud de 2794,3. Estos resultados indican que estas variables proporcionan un mejor ajuste al modelo, esto significa que se deben incluir en el modelo final, y la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\tau_{M4}^2 = 0,003$, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{M4}^2 = 0,012$.

Para el modelo matemática tercer grado se obtuvieron los resultados de un AIC de -5938,5, BIC de -5826,5 y Log-Verosimilitud de 2987,2, estos resultados indican una mejoría en el modelo, y se obtuvieron varianzas $\tau_{M1}^2 = 0,003$ y $\sigma_{M1}^2 = 0,010$. En el

apéndice D se presentan las variables significativas del modelo multinivel de español tercer grado donde, de las 15 variables incluidas en este modelo solo 4 resultaron significativas y para este modelo se obtuvieron los resultados de un AIC de -5948,8, BIC de -5905,3 y Log-Verosimilitud de 2981,4. Estos resultados indican que estas variables proporcionan un mejor ajuste al modelo, esto significa que se deben incluir en el modelo final, y la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\tau_{M4}^2 = 0,004$, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{M4}^2 = 0,010$.

Para el modelo español sexto grado se obtuvieron los resultados de un AIC de -6129,4, BIC de -6029,7 y Log-Verosimilitud de 3080,7, estos resultados indican una mejoría en el modelo, y se obtuvieron varianzas $\tau_{M1}^2 = 0,003$ y $\sigma_{M1}^2 = 0,010$. En el apéndice D se presentan las variables significativas del modelo multinivel de español tercer grado donde, de las 13 variables incluidas en este modelo solo 2 resultaron significativas y para este modelo se obtuvieron los resultados de un AIC de -6146,7, BIC de -6115,5 y Log-Verosimilitud de 3078,3. Estos resultados indican que estas variables proporcionan un mejor ajuste al modelo, esto significa que se deben incluir en el modelo final, y la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\tau_{M4}^2 = 0,003$, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{M4}^2 = 0,010$.

Para el modelo matemática sexto grado se obtuvieron los resultados de un AIC de -4883,2, BIC de -4787,3 y Log-Verosimilitud de 2457,6, estos resultados indican una mejoría en el modelo, y se obtuvieron varianzas $\tau_{M1}^2 = 0,002$ y $\sigma_{M1}^2 = 0,010$. En el apéndice D se presentan las variables significativas del modelo multinivel de español tercer grado donde, de las 13 variables incluidas en este modelo solo 4 resultaron significativas y para este modelo se obtuvieron los resultados de un AIC de -4889,6, BIC de -4847,7 y Log-Verosimilitud de 2451,8. Estos resultados indican que estas variables proporcionan un mejor ajuste al modelo, esto significa que se deben incluir en el modelo final, y la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\tau_{M4}^2 = 0,002$, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{M4}^2 = 0,010$.

Modelo final frecuentista

Finalmente se quiere analizar el efecto que tienen de manera conjunta las variables de los dos niveles sobre el rendimiento de los estudiantes.

Para el modelo español tercer grado se obtuvieron los resultados de un AIC de -5711,6, BIC de -5612,3 y Log-Verosimilitud de 2871,8, estos resultados indican una mejoría en el modelo, y se obtuvieron varianzas $\tau_{M5}^2 = 0,003$ y $\sigma_{M5}^2 = 0,012$, las variables significativas se presentan en la tabla 4.1.

Tabla 4.1: Variables significativas del modelo final frecuentista español tercer grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Género	-0,008	0,004	-2,164	0,031
Edad	0,009	0,004	2,256	0,024
Trabajo infantil	0,004	0,002	2,178	0,030
Clima en el aula escolar	0,007	0,001	5,833	0,000
Prácticas de recreación	0,002	0,000	5,453	0,000
Ingresos en el hogar	0,001	0,000	3,254	0,001
Supervisión de estudios en el hogar	0,002	0,001	2,685	0,007
Instalaciones en la escuela	0,005	0,002	2,674	0,008
Servicios básicos de la escuela	0,012	0,004	3,169	0,002
Disponibilidad de libros y materiales en la escuela	-0,018	0,005	-3,909	0,000
Consejo docente	0,003	0,001	2,600	0,010

De las 13 variables incluidas en este modelo final solo 11 resultaron significativas. Estas variables proporcionan el mejor ajuste a los datos, se puede observar la disminución de los AIC=-5712,1, BIC=-5625,2 en comparación con el modelo nulo, la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es 0,002, y la variación dentro de la escuela se estima en 0,011, con una correlación intraclass ICC de 0,18 lo que indica que la correlación de los puntajes de las pruebas de español entre los estudiantes dentro de las mismas escuelas es 18%.

Modelo final completo español tercer grado

Nivel 1: Estudiantes

$$\log(PE_{ij}) = \beta_{0j} + \beta_{1j}Genero_{ij} + \beta_{2j}Edad_{ij} + \beta_{3j}TrabInfL3_{ij} + \beta_{4j}ClimAulaL3_{ij} \\ + \beta_{5j}PracRecreL3_{ij} + \beta_{6j}IngreHogarL3_{ij} + \beta_{7j}SupEstHogarL3_{ij} + \epsilon_{ij}$$

Nivel 2: Escuela

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}InstEscL3_{0j} + \gamma_{02}ServBasEscL3_{0j} + \gamma_{03}LibyMatDirL3_{0j} \\ + \gamma_{04}ConsDocL3_{0j} + U_{0j}$$

Para el modelo matemática tercer grado se obtuvieron los resultados un AIC de -6105,3, BIC de -6018,3 y Log-Verosimilitud de 3066,7, estos resultados indican una mejoría en el modelo, y se obtuvieron varianzas $\tau_{M5}^2 = 0,003$ y $\sigma_{M5}^2 = 0,010$, las variables significativas se presentan en la tabla 4.2.

Tabla 4.2: Variables significativas del modelo final frecuentista matemática tercer grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Disponibilidad de libros y materiales en la escuela estudiante	0,005	0,002	2,278	0,023
Trabajo infantil	0,009	0,002	5,454	0,000
Clima en el aula escolar	0,010	0,001	8,522	0,000
Gusto por la lectura	0,003	0,001	3,156	0,002
Supervisión de estudios en el hogar	0,002	0,001	2,980	0,003
Servicios basicos de la escuela	0,018	0,003	5,434	0,000
Disponibilidad de libros y materiales en la escuela director	-0,016	0,005	-3,219	0,002
Evaluación desempeño docente	0,006	0,002	2,697	0,008
Monitoreo de las prácticas docentes	0,002	0,001	2,649	0,009

De las 11 variables incluidas en este modelo final solo 9 resultaron significativas. Estas variables proporcionan el mejor ajuste a los datos, se puede observar la disminución de los AIC= -6105,2, BIC=-6030,5 en comparación con el modelo nulo, la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es 0,003, y la variación dentro de la escuela se estima en 0,010, con una correlación intraclase ICC de 0,22 lo que indica que la correlación de los puntajes de las pruebas de español entre los

estudiantes dentro de las mismas escuelas es 22%.

Modelo final completo matemática tercer grado

Nivel 1: Estudiantes

$$\log(PE_{ij}) = \beta_{0j} + \beta_{1j}LibyMatEstM3_{ij} + \beta_{2j}TrabInfM3_{ij} + \beta_{3j}ClimAulaM3_{ij} \\ + \beta_{4j}GusLectM3_{ij} + \beta_{5j}SupEstHogarM3_{ij} + \epsilon_{ij}$$

Nivel 2: Escuela

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}ServBasEscM3_{0j} + \gamma_{02}LibyMatDirM3_{0j} + \gamma_{03}EvalDocM3_{0j} \\ + \gamma_{04}MontPracDocM3_{0j} + U_{0j}$$

Para el modelo español sexto grado se obtuvieron los resultados de un AIC de -6473,8, BIC de -6330,5 y Log-Verosimilitud de 3259,9, estos resultados indican una mejoría en el modelo, y se obtuvieron varianzas $\tau_{M5}^2 = 0,002$ y $\sigma_{M5}^2 = 0,010$, las variables significativas se presentan en la tabla 4.3.

De las variables incluidas en este modelo final todas resultaron significativas. Estas variables proporcionan el mejor ajuste a los datos, se puede observar la disminución de los AIC, BIC en comparación con el modelo nulo, con una correlación intraclase ICC de 0,18 lo que indica que la correlación de los puntajes de las pruebas de español entre los estudiantes dentro de las mismas escuelas es 18%.

Tabla 4.3: Variables significativas del modelo final frecuentista español sexto grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Género	-0,007	0,003	-2,172	0,030
Edad	0,013	0,004	3,544	0,000
Nivel educativo de los padres	0,004	0,001	6,405	0,000
Servicios con los que cuenta el hogar	0,003	0,001	2,291	0,022
Bienes con los que cuenta el hogar	0,002	0,000	4,930	0,000
Clima en el salón de clases	-0,005	0,001	-4,187	0,000
Puntualidad del docente	0,006	0,002	3,902	0,000
Actitud del docente en el salón de clases	0,003	0,001	3,536	0,000
Preparación docente en la materia	0,002	0,001	1,966	0,049
Liderazgo en el salón de clases	-0,002	0,001	-3,005	0,003
Hostilidad en el salón de clases	0,003	0,001	2,785	0,005
Razón por la que lee el niño	0,002	0,001	2,509	0,012
Prácticas de recreación	-0,004	0,001	-2,830	0,005
Uso del computador	-0,008	0,003	-2,257	0,024
Uso del computador en el tiempo libre	0,002	0,001	2,716	0,007
Nivel educativo de los padres según padres	0,002	0,001	3,710	0,000
Supervisión de estudios en el hogar	0,003	0,001	2,995	0,003
Comunicación con la escuela	-0,002	0,001	-2,933	0,003
Servicios básicos escuela	0,013	0,002	8,604	0,000
Preparación docente	-0,001	0,000	-2,008	0,046

Modelo final completo español sexto grado

Nivel 1: Estudiantes

$$\begin{aligned}
 \log(PE_{ij}) = & \beta_{0j} + \beta_{1j}Genero_{ij} + \beta_{2j}Edad_{ij} + \beta_{3j}EducPadre6_{ij} + \beta_{4j}ServiHogar6_{ij} \\
 & + \beta_{5j}BienHogar6_{ij} + \beta_{6j}ClimSalon6_{ij} + \beta_{7j}PuntDoc6_{ij} + \beta_{8j}ActiDocSalon6_{ij} \\
 & + \beta_{9j}PrepDocMat6_{ij} + \beta_{10j}LidSalonDoc6_{ij} + \beta_{11j}HostSalon6_{ij} + \beta_{12j}RazLect6_{ij} \\
 & + \beta_{13j}PracRec6_{ij} + \beta_{14j}UsoPc6_{ij} + \beta_{15j}UsoPcTiem6_{ij} + \beta_{16j}Educ2Padres6_{ij} \\
 & + \beta_{17j}SupEstHogar6_{ij} + \beta_{18j}ComEsc6_{ij} + \epsilon_{ij}
 \end{aligned}$$

Nivel 2: Escuela

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}SerBasEsc6_{0j} + \gamma_{02}PrepDoc6_{0j} + U_{0j}$$

Para el modelo matemática sexto grado se obtuvieron los resultados de un AIC de -5057,2, BIC de -4919,3 y Log-Verosimilitud de 2551,6, estos resultados indican una mejoría en el modelo, y se obtuvieron varianzas $\tau_{M5}^2 = 0,002$ y $\sigma_{M5}^2 = 0,010$, las variables significativas se presentan en la tabla 4.4.

Tabla 4.4: Variables significativas del modelo final frecuentista matemática sexto grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Género	0,009	0,004	2,309	0,021
Edad	0,011	0,004	2,859	0,004
Nivel educativo de los padres	0,002	0,001	3,012	0,003
Bienes con los que cuenta el hogar	0,004	0,000	3,676	0,000
Puntualidad del docente	0,004	0,002	2,345	0,019
Actitud del docente en el salon de clases	0,002	0,001	3,059	0,002
Liderazgo en el salón de clases	-0,003	0,001	-4,187	0,000
Hostilidad en el salón de clases	0,003	0,001	2,957	0,003
Razón por la que lee el niño	0,002	0,001	3,112	0,002
Prácticas de recreación	-0,004	0,002	-2,831	0,005
Uso del computador	0,003	0,001	3,413	0,001
Ingresos en el hogar	0,001	0,000	2,413	0,016
Clima negativo del barrio o comunidad	0,001	0,000	2,459	0,014
Clima positivo del barrio o comunidad	-0,001	0,001	-2,451	0,014
Gusto por la lectura	0,003	0,001	2,957	0,003
Asistencia al centro educativo	0,001	0,000	2,771	0,006
Servicios básicos de la escuela	0,007	0,002	4,001	0,000
Preparación docente	0,001	0,001	1,902	0,059
Gestión directiva interna según el docente	-0,002	0,001	-2,079	0,039

De las 20 variables incluidas en este modelo final 19 resultaron significativas. Estas variables proporcionan el mejor ajuste a los datos, se puede observar la disminución de los AIC= -5059,1, BIC=-4927,3 en comparación con el modelo nulo, la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es 0,001, y la variación dentro de la escuela se estima en 0,010, con una correlación intraclase ICC de 0,16 lo que indica que la correlación de los puntajes de las pruebas de español entre los estudiantes dentro de las mismas escuelas es 16 %.

Modelo final completo matemática sexto grado

Nivel 1: Estudiantes

$$\begin{aligned} \log(PE_{ij}) = & \beta_{0j} + \beta_{1j}Genero_{ij} + \beta_{2j}Edad_{ij} + \beta_{3j}EducPadresM6_{ij} + \beta_{4j}BienHogarM6_{ij} \\ & + \beta_{5j}PuntDocM6_{ij} + \beta_{6j}ActiDocSalonM6_{ij} + \beta_{7j}LidSalonDocM6_{ij} \\ & + \beta_{8j}HostSalonM6_{ij} + \beta_{9j}RazLectM6_{ij} + \beta_{10j}PracRecM6_{ij} \\ & + \beta_{11j}UsoPcTiemM6_{ij} + \beta_{12j}IngreHogarM6_{ij} + \beta_{13j}ClimNComunHM6_{ij} \\ & + \beta_{14j}ClimPComunHM6_{ij} + \beta_{15j}GusLectM6_{ij} + \beta_{16j}AsistenciaM6_{ij} + \epsilon_{ij} \end{aligned}$$

Nivel 2: Escuela

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}SerBasEscM6_{0j} + \gamma_{02}PrepDocM6_{0j} + \gamma_{03}GestDirIntDocM6_{0j} + U_{0j}$$

4.4.2. Selección del modelo frecuentista

Se utilizó el método paso a paso, para determinar si el modelo, mejora o no, con cada incorporación o extracción de variables. Como se usa paquete estadístico R (Team, 2020) con la librería lme4, esta librería muestra los valores AIC, BIC, logLik para cada modelo que se ejecuta, y los resultados se van comparando con el modelo nulo.

Tabla 4.5: Resultado del modelo frecuentista español tercer grado

Modelo	AIC	BIC	logLik
Modelo nulo	-5463,5	-5444,9	2734,7
Modelo 1	-5612,6	-5538,2	2818,3
Modelo 2	-5574,5	-5531,1	2794,3
Modelo final	-5712,1	-5625,2	2870,0

El modelo final que contiene las variables de los niveles estudiantes y escuela proporcionan el mejor ajuste a los datos, se puede observar la disminución de los AIC y BIC en comparación con el modelo nulo, modelo 1 que solo contiene las variables a nivel de estudiante y el modelo 2 que contiene solamente las variables a nivel escuela. También se observa el ligero incremento de log-verosimilitud en comparación con el modelo Nulo.

Para los modelos de tercer grado matemática, sexto grado español y sexto grado matemática, el modelo final que contiene las variables de los niveles estudiantes y escuela proporcionaron el mejor ajuste a los datos.

4.4.3. Verificación de los supuestos

Homocedasticidad

Los modelos de regresión multinivel asumen que la varianza de los residuos es igual en todos los grupos. Se realizó un análisis descriptivo de los residuos del modelo final de español tercer grado y se obtuvo un p-value de 0,824 mayor que 0,05, se puede concluir que la varianza de los residuales es igual y, por lo tanto, se cumple el supuesto de homocedasticidad.

Una solución visual

Esta hipótesis es importante debido a que al graficar los residuos frente a valores es-

timados se pueden ver la variabilidad cuando tiende a crecer o a decrecer con las variables predictoras del modelo.

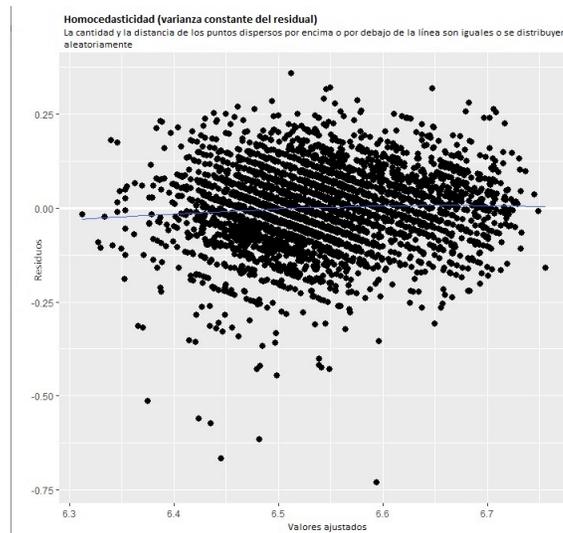


Figura 4.1: Varianza constante de los residuos modelo final frecuentista de español tercer grado

Se observa en la figura 4.1 que la varianza permanece constante para todas las puntuaciones de los estudiantes en español tercer grado, con lo cual se confirma la homocedasticidad.

El p-value para el modelo final de matemática tercer grado fue de 0,968; para el modelo final de español sexto grado fue de 0,278 y para el modelo final de matemática sexto grado de 0,422 y por lo tanto, se cumple el supuesto de homocedasticidad en todos los modelos.

Ortogonalidad de los componentes aleatorios y valores previstos

Una estrategia comúnmente utilizada para verificar este supuesto es mediante el estudio del gráfico de los valores predichos frente a los residuos estandarizados.

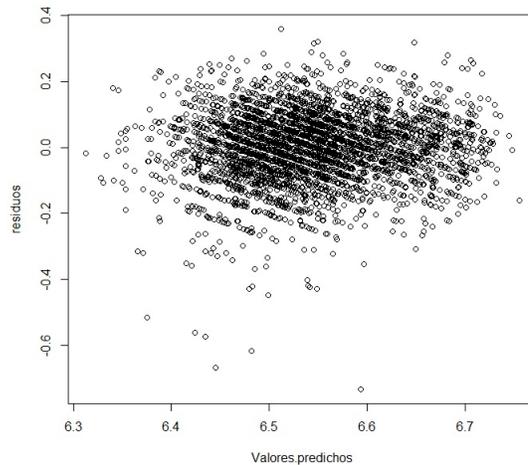


Figura 4.2: Ortogonalidad modelo final frecuentista de español tercer grado

Debido a que se observa una nube de puntos sin tendencia en la figura 4.2, se puede afirmar que el supuesto de ortogonalidad se cumple para el modelo de español tercer grado. El supuesto también se cumple en el resto de los modelos.

Normalidad

En los modelos multinivel se asume que los residuos del análisis están distribuidos normalmente. Los gráficos de normalidad pueden proporcionar una estimación de dónde se encuentran los residuales estandarizados con respecto a los cuantiles normales. Una fuerte desviación de la línea proporcionada indica que los propios residuos no se distribuyen normalmente.

Se puede observar en la figura 4.3 que hay una desviación de la línea normal en las colas, sobre todo en la cola inferior, lo que indica la violación del supuesto de normalidad. Se realizó la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk y se obtuvo como resultado un valor de $W = 0,977$ y $p_{value} = 0,000$ se rechaza la hipótesis nula que establece que los errores se distribuyen normalmente. Se realizó el mismo análisis para el resto de modelos y no cumplen el supuesto de normalidad.

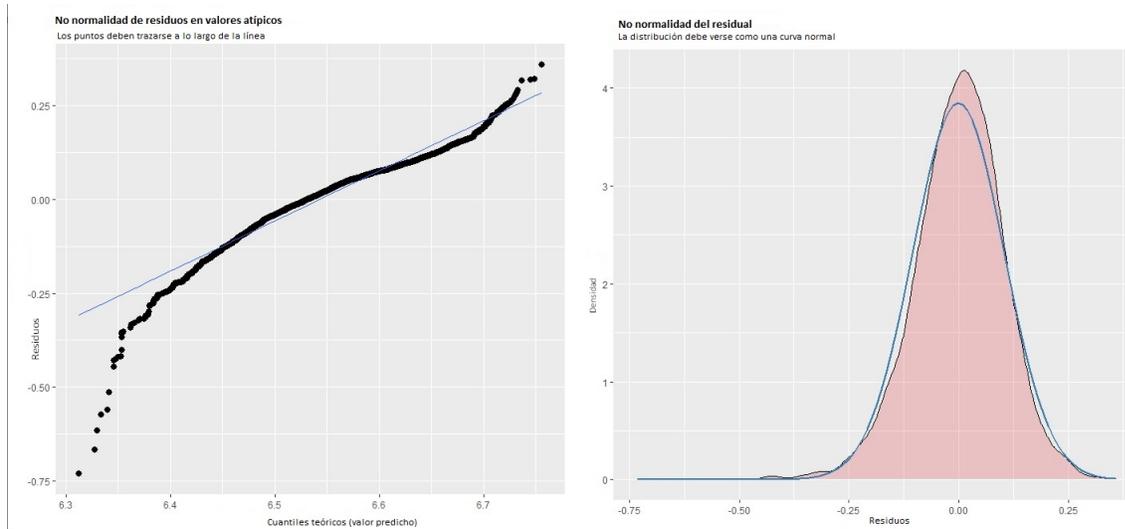


Figura 4.3: Gráficos de normalidad modelo final frecuentista de español tercer grado

4.4.4. Calidad del modelo frecuentista

Finalmente, es posible estimar la proporción de varianza en la variable de resultado contabilizada en cada nivel del modelo. En el contexto del modelado multinivel, los valores de R^2 se estiman para cada nivel del modelo.

Tabla 4.6: Varianza explicada en cada modelo final frecuentista.

Modelo	varianza entre estudiantes	varianza entre escuelas	Varianza Total
Español tercer grado	3%	63%	25%
Matemática tercer grado	4%	53%	22%
Español sexto grado	8%	71%	34%
Matemática sexto grado	6%	50%	18%

La tabla 4.6 refleja que los factores de escuela están altamente asociados con el rendimiento de los estudiantes.

4.5. Resultados del enfoque Bayesiano

Se trata de obtener el modelo que, mejor se ajuste a los datos utilizando regresión multinivel con un enfoque bayesiano (Rivas and Cruz, 2022); para ello se utilizaron las bases de datos públicas del TERCE (UNESCO, 2019), con los datos correspondientes a Honduras. Toda la información de las cuatro bases de datos se procesó con el paquete estadístico R (Team, 2020) con la librería `brms` y `rstan` (Bürkner, 2017).

Los modelos se ajustaron utilizando 2 cadenas, cada una con 2000 iteraciones, de las cuales las primeras 1000 son para calibrar el muestreador, lo que lleva a un total de 2000 muestras posteriores. Por supuesto, cada iteración es computacionalmente más intensiva y consume más tiempo que las iteraciones de otros algoritmos. Como se transformó la variable dependiente en logaritmo, se utilizó una familia lognormal, lo que implica un modelo logarítmico normal para la variable dependiente de puntaje. Se estableció una priori normal con media 0 y desviación estándar 5, para todos los efectos a nivel de población, esto conduce a un muestreo más rápido ya que en este caso se pueden vectorizar los datos a priori. Se realizaron pruebas con una priori normal con media 0 y desviación estándar 10 y los resultados de las estimaciones son similares pero computacionalmente consumió más tiempo.

4.5.1. Descripción de los niveles

Se utilizaron los mismos niveles y variables que en el enfoque frecuentista, los cuales fueron descritos en la sección 4.4.1.

Convergencia y eficiencia para cadenas de Markov

Los métodos de Montecarlo vía cadenas de Markov (MCMC) son importantes en las estadísticas computacionales, especialmente en las aplicaciones bayesianas donde el objetivo es representar la inferencia posterior utilizando una muestra de sorteos posteriores. Para el caso del paquete Stan en el paquete estadístico R se utilizan algoritmos dinámicos hamiltonianos de Monte Carlo (HMC) (Vehtari et al., 2021).

A continuación se explican las medidas del diagnóstico proporcionadas por el paquete stan y la librería brms :

1. La función Rhat produce un diagnóstico de convergencia R-hat, que compara las estimaciones entre y dentro de la cadena para los parámetros del modelo y otras cantidades univariadas de interés. Si las cadenas no se han mezclado bien es decir, las estimaciones entre y dentro de la cadena no concuerdan, R-hat es mayor que 1, es aceptable hasta 1,05.
2. Bulk-ESS es una medida útil para la eficiencia del muestreo en la mayor parte de la distribución, relacionada, por ejemplo, con la eficiencia de las estimaciones de la media y la mediana, y está bien definida incluso si las cadenas no tienen una media o varianza finitas.
3. Tail-ESS es una medida útil para la eficiencia de muestreo en las colas de la distribución, relacionada, por ejemplo, con la eficiencia de la varianza y las estimaciones de cuantiles de cola.

Tanto el Bulk-ESS como el Tail-ESS deben ser al menos 100 (aproximadamente) por Cadena de Markov para que sea confiable e indique que las estimaciones de los respectivos cuantiles posteriores son confiables (Vehtari et al., 2021).

Modelo solo variables de estudiantes

El modelo se realizó incluyendo variables relacionadas con los estudiantes, para verificar la significancia de los coeficientes de regresión bayesiana se comprueba si el intervalo de credibilidad correspondiente contiene a cero o no, si no contiene a cero, entonces este coeficiente es significativo. Esto permite evaluar el aporte de cada variable al modelo.

Se obtuvieron los resultados en tercer grado español de varianzas $\sigma_{\alpha 1}^2 = 0,011$ y $\sigma_{\epsilon 1}^2 = 0,016$. En el apéndice D se presentan las variables significativas del modelo

multinivel de español tercer grado donde, de las 20 variables incluidas en este modelo solo 7 resultaron significativas y se obtuvieron los resultados de la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\sigma_{\alpha_2}^2 = 0,011$, Bulk-ESS=511 y Tail-ESS=829, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{e_2}^2 = 0,016$, Bulk-ESS=3803 y Tail-ESS=1548, con Rhat=1 lo que indica que las cadenas convergen.

Para el modelo de dos niveles con variables de estudiantes tercer grado matemática, se obtuvieron los resultados de la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\sigma_{\alpha_1}^2 = 0,011$, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{e_1}^2 = 0,0161$. En el apéndice D se presentan las variables significativas del modelo multinivel de tercer grado matemática donde, de las 20 variables incluidas en este modelo solo 4 resultaron significativas y se obtuvieron los resultados de estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas $\sigma_{\alpha_2}^2 = 0,011$, Bulk-ESS=407 y Tail-ESS=718 , mientras que la variación dentro de la escuela se estima $\sigma_{e_2}^2 = 0,016$ Bulk-ESS=2574 y Tail-ESS=1502, con Rhat=1 lo que indica que las cadenas convergen.

Para el modelo de dos niveles con variables de estudiantes sexto grado español se obtuvieron los resultados de varianzas $\sigma_{\alpha_1}^2 = 0,008$ y $\sigma_{e_1}^2 = 0,015$. En el apéndice D se presentan las variables significativas del modelo multinivel de sexto grado español donde, de las 30 variables incluidas en este modelo solo 15 resultaron significativas y se obtuvieron los resultados de la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\sigma_{\alpha_2}^2 = 0,008$, Bulk-ESS=404 y Tail-ESS=947, mientras que la variación dentro de las escuelas se estima en $\sigma_{e_2}^2 = 0,015$, Bulk-ESS=3097 y Tail-ESS=1312, con Rhat=1 lo que indica que las cadenas convergen.

Para el modelo de dos niveles con variables de estudiantes sexto grado matemática se obtuvieron los resultados de varianzas $\sigma_{\alpha_1}^2 = 0,007$ y $\sigma_{e_1}^2 = 0,015$. En el apéndice D se presentan las variables significativas del modelo multinivel sexto grado matemática donde, de las 30 variables incluidas en este modelo solo 11 resultaron significativas y se obtuvieron los resultados de la estimación de la variación en las intersecciones entre

escuelas es $\sigma_{\alpha_2}^2 = 0,007$, Bulk-ESS=776 y Tail-ESS= 1256, mientras que la variación dentro de las escuelas se estima en $\sigma_{e_2}^2 = 0,015$, Bulk-ESS=6003 y Tail-ESS=1512, con Rhat=1 lo que indica que las cadenas convergen.

Modelo solo variables de escuela

En este modelo se incorporan las variables correspondientes a nivel de escuela según el grado y la asignatura.

Se obtuvieron los resultados en tercer grado español de varianzas $\sigma_{\alpha_1}^2 = 0,008$ y $\sigma_{e_1}^2 = 0,017$. En el apéndice D se presentan las variables significativas del modelo multinivel de español tercer grado donde, de las 15 variables incluidas en este modelo solo 4 resultaron significativas y se obtuvieron los resultados de la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\sigma_{\alpha_2}^2 = 0,008$, Bulk-ESS=648 y Tail-ESS=1034, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{e_2}^2 = 0,017$, Bulk-ESS=4652 y Tail-ESS=1380, con Rhat=1 lo que indica que las cadenas convergen.

Para el modelo de dos niveles con variables de escuela tercer grado matemática, se obtuvieron los resultados de la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\sigma_{\alpha_1}^2 = 0,009$, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{e_1}^2 = 0,016$. En el apéndice D se presentan las variables significativas del modelo multinivel de tercer grado matemática donde, de las 15 variables incluidas en este modelo solo 3 resultaron significativas y se obtuvieron los resultados de la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\sigma_{\alpha_2}^2 = 0,009$, Bulk-ESS=449 y Tail-ESS=897, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{e_2}^2 = 0,016$, Bulk-ESS=3126 y Tail-ESS=1686, con Rhat=1 lo que indica que las cadenas convergen.

Para el modelo con variables de escuela sexto grado español, se obtuvieron los resultados de la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\sigma_{\alpha_1}^2 = 0,009$, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{e_2}^2 = 0,016$. En el apéndice D se presentan las variables significativas del modelo multinivel de

tercer grado matemática donde, de las 13 variables incluidas en este modelo solo 1 resultó significativa y se obtuvieron los resultados de la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\sigma_{\alpha 2}^2 = 0,009$, Bulk-ESS=508 y Tail-ESS=943, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{e 2}^2 = 0,016$, Bulk-ESS=1992 y Tail-ESS= 1070, con Rhat=1 lo que indica que las cadenas convergen.

Para el modelo con variables de escuela sexto grado matemática, se obtuvieron los resultados de la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\sigma_{\alpha 1}^2 = 0,008$, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{e 2}^2 = 0,016$. En el apéndice D se presentan las variables significativas del modelo multinivel de tercer grado matemática donde, de las 13 variables incluidas en este modelo solo 2 resultaron significativas y se obtuvieron los resultados de la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\sigma_{\alpha 2}^2 = 0,008$, Bulk-ESS=632 y Tail-ESS=916, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{e 2}^2 = 0,016$, Bulk-ESS=4611 y Tail-ESS= 1556, con Rhat=1 lo que indica que las cadenas convergen.

Modelo final bayesiano

Finalmente se desea analizar el efecto que tienen de manera conjunta las variables de los dos niveles sobre el rendimiento de los estudiantes.

Se obtuvieron los resultado en tercer grado español de varianzas $\sigma_{\alpha 1}^2 = 0,008$ y $\sigma_{e 1}^2 = 0,016$, las variables significativas resultantes se presentan en la tabla 4.7.

Tabla 4.7: Variables significativas del modelo final bayesiano español tercer grado .

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	l-95% CI	u-95% CI	Rhat	Bulk-ESS	Tail-ESS
Género	-0,001	0,001	-0,002	-0,000	1,000	2097	1063
Edad	0,002	0,001	0,000	0,003	1,000	2117	1518
Trabajo infantil	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	2158	1199
Clima en el aula	0,001	0,000	0,001	0,001	1,000	2008	1302
Prácticas de recreación	0,000	0,000	0,000	0,001	1,000	2094	1589
Servicios en el hogar	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	2072	1368
Servicios básicos en la escuela	0,003	0,001	0,002	0,004	1,000	494	763
Disponibilidad de libros en la escuela	-0,003	0,001	-0,004	-0,002	1,000	451	640
Consejo docente	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	724	1012

Se puede observar en la tabla 4.7 que de las 11 variables incluidas en este modelo solo 9 resultaron significativas. Se obtuvieron los resultados de la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\sigma_{\alpha_2}^2 = 0,008$, Bulk-ESS=600 y Tail-ESS=1023, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{\epsilon_2}^2 = 0,016$, Bulk-ESS=1997 y Tail-ESS=1299, con Rhat=1 lo que indica que las cadenas convergen. Y además con una correlación intraclase ICC de 0,33 lo que indica que la correlación de los puntajes de las pruebas de español entre los estudiantes dentro de las mismas escuelas es 33%.

Modelo final completo español tercer grado

Nivel 1: Estudiantes

$$\log(PE_{ij}) = \beta_{0j} + \beta_{1j}Genero_{ij} + \beta_{2j}Edad_{ij} + \beta_{3j}TrabInfL3_{ij} + \beta_{4j}ClimAulaL3_{ij} \\ + \beta_{5j}PracRecreL3_{ij} + \beta_{6j}ServiHogarL3_{ij} + \epsilon_{ij}$$

Nivel 2: Escuela

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}ServBasEscL3_{0j} + \gamma_{02}LibyMatDirL3_{0j} + \gamma_{03}ConsDocL3_{0j} + U_{0j}$$

$$\log(PE_{ij}) \sim N(\mu_{ij}, \sigma_{\epsilon}^2)$$

$$\epsilon_{ij} \sim N(0, 5)$$

$$U_{0j} \sim N(0, 5)$$

Según los gráficos de cadenas de Markov de todos los parámetros significativos en el modelo final, que se presentan en la figura 4.4, se puede observar que las cadenas hamiltonianas de Markov Monte Carlo convergen bien y hacia la misma media posterior.

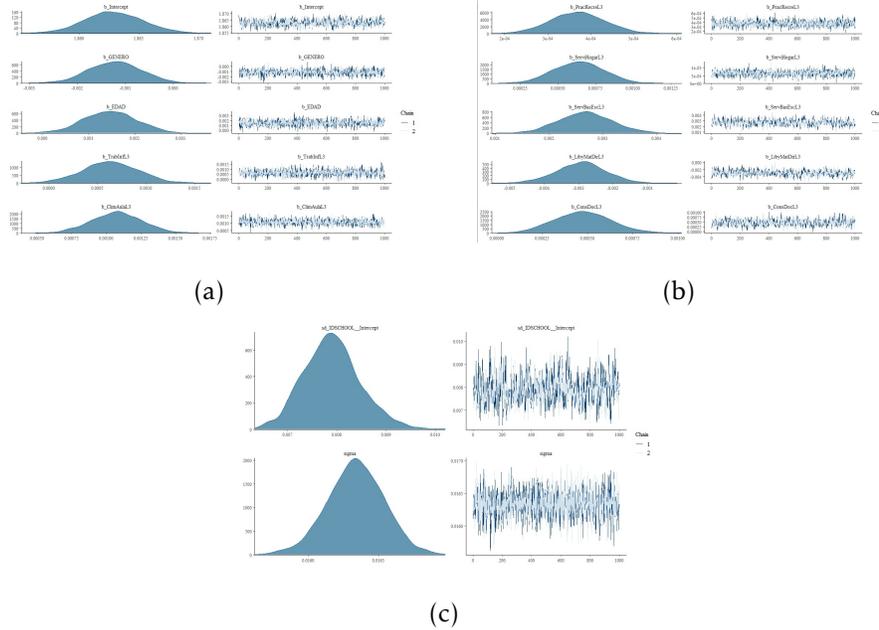


Figura 4.4: Gráficos de cadenas de Markov modelo final español tercer grado

Para el modelo tercer grado matemática se puede observar en la tabla 4.8 que de las 7 variables incluidas en este modelo todas resultaron significativas. Se obtuvieron los resultados de la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\sigma_{\alpha_1}^2 = 0,009$, Bulk-ESS=484 y Tail-ESS=1004, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{\epsilon_1}^2 = 0,016$, Bulk-ESS=4798 y Tail-ESS= 1639, con Rhat=1 lo que indica que las cadenas convergen. Y además con una correlación intraclass ICC de 0,36 lo que indica que la correlación de los puntajes de las pruebas de matemática entre los estudiantes dentro de las mismas escuelas es 36%.

Tabla 4.8: Variables significativas del modelo final bayesiano matemática tercer grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	l-95% CI	u-95% CI	Rhat	Bulk-ESS	Tail-ESS
Trabajo infantil	0,002	0,000	0,001	0,002	1,000	1940	1612
Clima en el aula	0,002	0,000	0,001	0,002	1,000	1882	1406
Servicios en el hogar	0,000	0,000	0,000	0,001	1,000	2172	1486
Gustos por la lectura	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	2011	1326
Servicios básicos en la escuela	0,003	0,001	0,002	0,004	1,000	502	734
Disponibilidad de libros en la escuela	-0,002	0,001	-0,004	-0,001	1,000	497	958
Evaluación docente	0,001	0,000	0,000	0,002	1,000	484	728

Modelo final completo matemática tercer grado

Nivel 1: Estudiantes

$$\log(PE_{ij}) = \beta_{0j} + \beta_{1j}TrabInfM3_{ij} + \beta_{2j}ClimAulaM3_{ij} + \beta_{3j}ServiHogarM3_{ij} + \beta_{4j}GusLectM3_{ij} + \epsilon_{ij}$$

Nivel 2: Escuela

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}ServBasEscM3_{0j} + \gamma_{02}LibyMatDirM3_{0j} + \gamma_{03}EvalDocM3_{0j} + U_{0j}$$

$$\log(PE_{ij}) \sim N(\mu_{ij}, \sigma_e^2)$$

$$\epsilon_{ij} \sim N(0, 5)$$

$$U_{0j} \sim N(0, 5)$$

Gráficos de cadenas de Markov de todos los parámetros significativos en el modelo final.

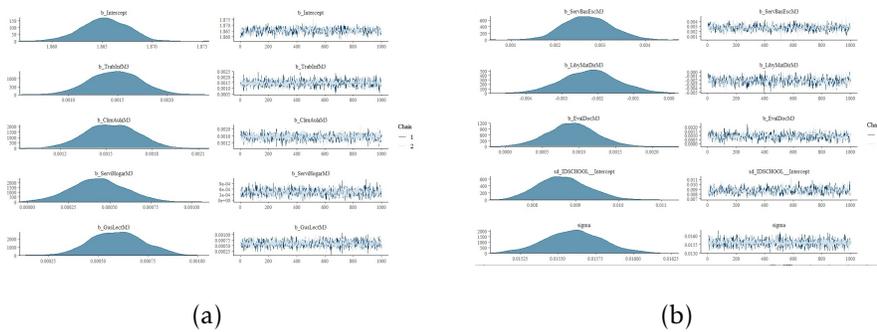


Figura 4.5: Gráficos de cadenas de Markov modelo final matemática tercer grado

Según los gráficos de la figura 4.5, se puede observar que las cadenas hamiltonianas de Markov Monte Carlo convergen bien y hacia la misma media posterior.

Para el modelo Sexto grado español se puede observar en la tabla 4.9 que de las 16 variables incluidas en este modelo todas resultaron significativas. Se obtuvieron los resultados de la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\sigma_{\alpha_1}^2 = 0,007$, Bulk-ESS=772 y Tail-ESS=1277, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{e_1}^2 = 0,015$, Bulk-ESS=3690 y Tail-ESS= 1462, con Rhat=1 lo que indica que las cadenas convergen. Y además con una correlación intraclase ICC de 0,32 lo que indica que la correlación de los puntajes de las pruebas de español entre los estudiantes dentro de las mismas escuelas es 32%.

Tabla 4.9: Variables significativas del modelo final bayesiano español sexto grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	l-95% CI	u-95% CI	Rhat	Bulk-ESS	Tail-ESS
Edad	0,002	0,001	0,001	0,003	1,000	2309	1518
Nivel educativo de los padres	0,001	0,000	0,001	0,001	1,000	2266	1718
Servicios en el hogar	0,000	0,000	0,000	0,001	1,000	2461	1447
Bienes en el hogar	0,000	0,000	0,000	0,001	1,000	2184	1867
Clima en el salón de clases	-0,001	0,000	-0,001	-0,000	1,000	2117	1602
Puntualidad del docente	0,001	0,000	0,001	0,002	1,000	1840	1322
Actitud del docente en el salón de clases	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	2047	1697
Liderazgo en el salón de clases	-0,000	0,000	-0,001	-0,000	1,000	1916	1749
Hostilidad en el salón de clases	0,000	0,000	0,000	0,001	1,000	2455	1370
Razón por la que lee el niño	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	2086	1908
Prácticas de recreación	-0,001	0,000	-0,001	-0,000	1,000	2046	1344
Uso del computador	-0,001	0,001	-0,002	-0,000	1,000	2134	1270
Uso del computador en el tiempo libre	0,000	0,000	0,000	0,001	1,000	2062	1491
Supervisión de estudios en el hogar	0,001	0,001	0,000	0,001	1,000	2046	1309
Comunicación con la escuela	-0,000	0,000	-0,000	-0,000	1,000	1982	1542
Servicios básicos de la escuela	0,002	0,000	0,002	0,002	1,000	1078	1133

Modelo final completo español sexto grado

Nivel 1: Estudiantes

$$\begin{aligned}
 \log(PE_{ij}) = & \beta_{0j} + \beta_{1j}Edad_{ij} + \beta_{2j}EducPadre6_{ij} + \beta_{3j}ServiHogar6_{ij} + \beta_{4j}BienHogar6_{ij} \\
 & + \beta_{5j}ClimSalon6_{ij} + \beta_{6j}PuntDoc6_{ij} + \beta_{7j}ActiDocSalon6_{ij} + \beta_{8j}LidSalonDoc6_{ij} \\
 & + \beta_{9j}HostSalon6_{ij} + \beta_{10j}RazLect6_{ij} + \beta_{11j}PracRec6_{ij} + \beta_{12j}UsoPc6_{ij} \\
 & + \beta_{13j}UsoPcTiem6_{ij} + \beta_{14j}SupEstHogar6_{ij} + \beta_{15j}ComEsc6_{ij} + \epsilon_{ij}
 \end{aligned}$$

Nivel 2: Escuela

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}SerBasEsc6_{0j} + U_{0j}$$

$$\log(PE_{ij}) \sim N(\mu_{ij}, \sigma_e^2)$$

$$\epsilon_{ij} \sim N(0,5)$$

$$U_{0j} \sim N(0,5)$$

Gráficos de cadenas de Markov de todos los parámetros significativos en el modelo final.

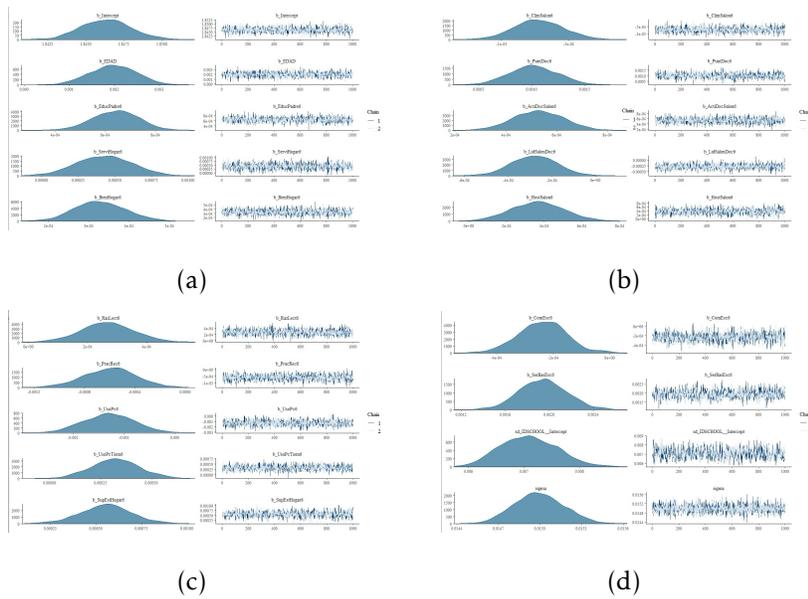


Figura 4.6: Gráficos de cadenas de Markov modelo final español sexto grado

Según los gráficos de la figura 4.6, se puede observar que las cadenas hamiltonianas de Markov Monte Carlo convergen bien y hacia la misma media posterior.

Para sexto grado matemática se obtuvieron los resultados en las varianzas $\sigma_{\alpha_1}^2 = 0,007$ y $\sigma_{\epsilon_1}^2 = 0,015$, las variables significativas resultantes se presentan en la tabla 4.10.

Tabla 4.10: Variables significativas del modelo final bayesiano matemática sexto grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	l-95% CI	u-95% CI	Rhat	Bulk-ESS	Tail-ESS
Género	0,002	0,001	0,000	0,003	1,000	1914	1361
Edad	0,002	0,001	0,001	0,003	1,000	2032	1229
Nivel educativo de los padres	0,000	0,000	0,000	0,001	1,000	2090	1300
Bienes en el hogar	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	2441	1653
Puntualidad del docente	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	2077	1137
Actitud del docente en el salón de clases	0,000	0,000	0,000	0,001	1,000	2213	1662
Liderazgo en el salón de clases	-0,001	0,000	-0,001	-0,000	1,000	2258	1417
Hostilidad en el salón de clases	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	2054	1529
Razón por la que lee el niño	0,000	0,000	0,000	0,001	1,000	2169	1282
Gusto por la lectura	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	1822	1466
Asistencia al centro educativo	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	1731	1442
Servicios básicos en la escuela	0,001	0,000	0,001	0,002	1,000	1165	1397

Se puede observar en la tabla 4.10 que de las 15 variables incluidas en este modelo solo 12 resultaron significativas. Se obtuvieron los resultados de la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas es $\sigma_{\alpha_2}^2 = 0,007$, Bulk-ESS=689 y Tail-ESS=1079, mientras que la variación dentro de la escuela se estima en $\sigma_{e_2}^2 = 0,015$, Bulk-ESS= 4427 y Tail-ESS=1470, con Rhat=1 lo que indica que las cadenas convergen. Y además con una correlación intraclase ICC de 0,32 lo que indica que la correlación de los puntajes de las pruebas de matemática entre los estudiantes dentro de las mismas escuelas es 32%.

Modelo final completo matemática sexto grado

Nivel 1: Estudiantes

$$\begin{aligned} \log(PE_{ij}) = & \beta_{0j} + \beta_{1ij}Genero_{ij} + \beta_{2j}Edad_{ij} + \beta_{3j}EducPadresM6_{ij} + \beta_{4j}BienHogarM6_{ij} \\ & + \beta_{5j}PuntDocM6_{ij} + \beta_{6j}ActiDocSalonM6_{ij} + \beta_{7j}LidSalonDocM6_{ij} \\ & + \beta_{8j}HostSalonM6_{ij} + \beta_{9j}RazLectM6_{ij} + \beta_{10j}GusLectM6_{ij} \\ & + \beta_{11j}AsistenciaM6_{ij} + \epsilon_{ij} \end{aligned}$$

Nivel 2: Escuela

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}SerBasEscM6_{0j} + U_{0j} \quad (4.50)$$

$$\log(PE_{ij}) \sim N(\mu_{ij}, \sigma_e^2)$$

$$\epsilon_{ij} \sim N(0, 5)$$

$$U_{0j} \sim N(0, 5)$$

Gráficos de cadenas de Markov de todos los parámetros significativos en el modelo final.

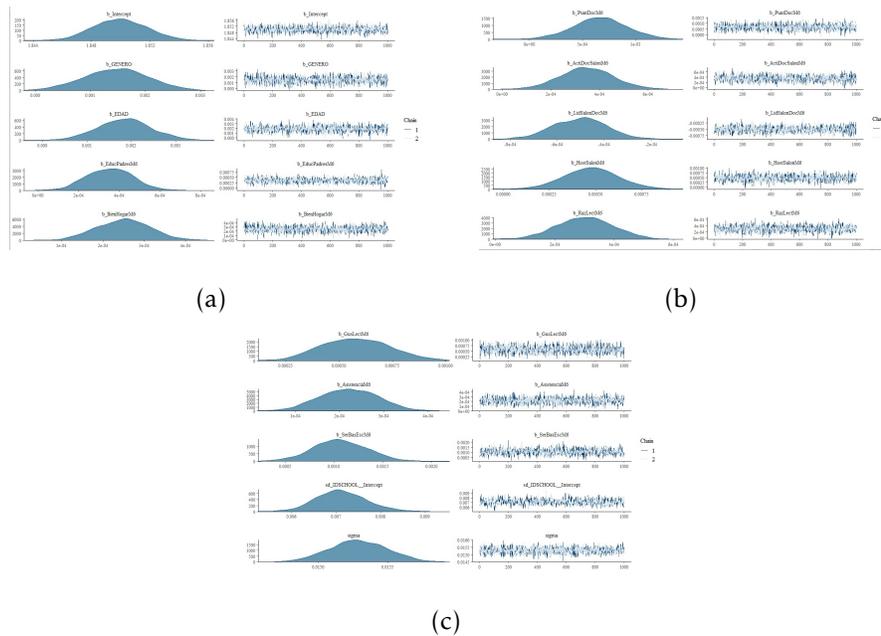


Figura 4.7: Gráficos de cadenas de Markov modelo final matemática sexto grado

Según los gráficos de la figura 4.7, se puede observar que las cadenas de Markov Monte Carlo convergen bien y hacia la misma media posterior.

4.5.2. Estimaciones bajas

Al observar los efectos fijos, los resultados de los parámetros de las variables son sospechosamente pequeño. Para probar si es más pequeño que el parámetro de desviación estándar de intercepción, se aplicará el método de prueba de hipótesis lineal general (Bürkner, 2017). Este método dio como resultado que el intervalo de credibilidad del 95% unilateral no contiene cero, lo que indica que las desviaciones estándar

difieren entre sí en la dirección esperada. Se realizó con cada variable y el resultado fue el mismo.

Por ejemplo: para la variable género en el modelo español tercer grado la prueba de hipótesis indicó que existe una probabilidad 1 de que la hipótesis intercepto-género sea mayor que 0, se obtuvo el gráfico donde se observa la proporción de muestras de la parte posterior que son mayores que cero.

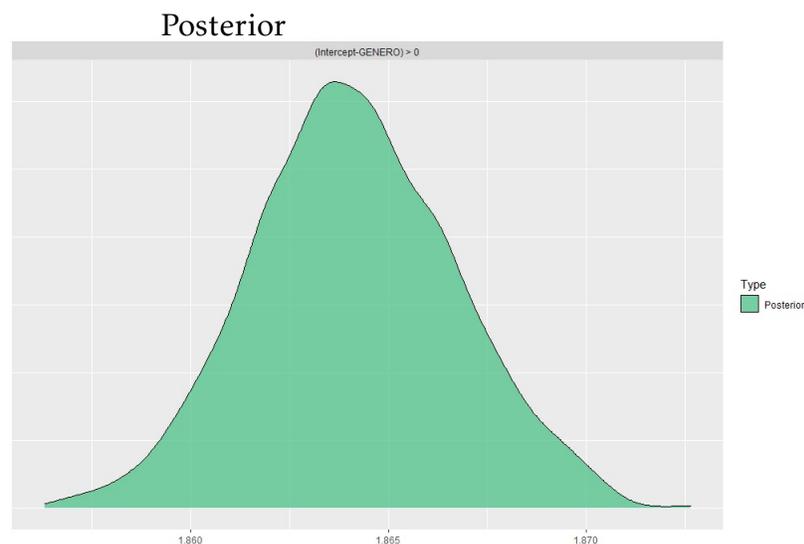


Figura 4.8: Proporción de muestras de la parte posterior que son mayores que cero

Es importante notar que este tipo de comparación no es posible fácilmente cuando se aplican métodos frecuentistas, porque en este caso solo están disponibles estimaciones puntuales para las desviaciones estándar y las correlaciones a nivel de grupo.

4.5.3. Selección del modelo bayesiano

Se utilizó el método paso a paso, este requiere de criterio matemático para determinar si el modelo, mejora o no, con cada incorporación o extracción. Hay dos familias de estrategias para la comparación de los modelos: validación cruzada utilizando validación cruzada suavizada por Pareto PSIS con LOO para paquetes stan y criterios de información con WAIC. Estas estrategias tratan de visualizar cómo funcionarán bien

los modelos, en promedio, en la predicción de nuevos datos, tal como se describieron en la sección 4.3.2, donde elpd-diff es la diferencia en elpd (logaritmo esperado predictivo densidad puntual) para dos modelos, si se comparan más de dos modelos, la diferencia se calcula en relación con el modelo con elpd más alto y se-diff es el error estándar de la diferencia.

Tabla 4.11: Resultado del modelo bayesiano español tercer grado usando PSIS-LOO

Modelo	elpd-diff	se-diff	LOO
Modelo final	0	0	-5801,1
Modelo 2	-3,4	6,1	-5794,3
Modelo 4	-58,1	12,4	-5684,9

El modelo final que obtuvo como resultado el valor de LOO mas pequeño y es el que contiene las variables de los niveles estudiantes y escuela es ligeramente mejor que el modelo 2 que solo contiene las variables a nivel de estudiante. El modelo 4 que contiene solamente las variables a nivel escuela no es el mejor de los tres modelos. Todas las estimaciones en los modelos estan bien ya que $k < 0,7$ en distribución de Pareto.

Tabla 4.12: Resultado del modelo bayesiano español tercer grado usando WAIC

Modelo	elpd-diff	se-diff	WAIC
Modelo final	0	0	-5802.2
Modelo 2	-3,1	6,1	-5795,9
Modelo 4	-58,1	12,4	-5686,1

WAIC confirma lo que indicó PSIS-LOO, el modelo final es el mejor ya que contiene los valores más pequeños.

Para los modelos de tercer grado matemática, sexto grado español y sexto grado matemática, el modelo final que contiene las variables de los niveles estudiantes y

escuela fue el mejor. Todas las estimaciones en los modelos estan bien ya que $k < 0,7$ en distribución de Pareto.

4.5.4. Calidad del modelo bayesiano

Se utiliza un enfoque bayesiano para definir R^2 en cada nivel del modelo multinivel es decir varianza explicada, no se ajusta un modelo nulo si no que se compararon varianzas en un solo modelo ajustado y se calcula el factor de agrupación λ para resumir el grado en que las estimaciones en cada nivel del modelo se agrupan en función de la relación de regresión específica del nivel.

Tabla 4.13: Varianza explicada en cada modelo final bayesiano.

Modelo	A nivel de datos	A nivel de grupo	Varianza Total	λ a nivel de datos	λ a nivel de grupo
Español tercer grado	29%	27%	36%	0,11	0,41
Matemática tercer grado	30%	31%	37%	0,11	0,37
Español sexto grado	31%	19%	42%	0,05	0,37
Matemática sexto grado	30%	24%	29%	0,07	0,52

Se observa en la tabla 4.13 que en cada nivel de cada modelo R^2 estima la cantidad de varianza explicada por los predictores y λ muestra el grado a la que se agrupan los errores en ese nivel por su común distribución previa, también se observa que λ sugiere que hay mayor nivel de información dentro del grupo es decir a nivel de escuela.

4.6. Comparación de resultados frecuentistas y Bayesiano

Las estadísticas bayesianas son radicalmente diferentes de las estadísticas frecuentistas basadas en la probabilidad y en la forma en que se estiman los parámetros de población. En los métodos frecuentistas, toman valores únicos. Las estadísticas bayesianas estiman los parámetros de la población como distribuciones, de modo que la estimación basada en la muestra de un parámetro sea la distribución posteriori obtenida mediante MCMC y no un único valor calculado a partir de la muestra (Finch

et al., 2014).

Si comparamos el modelo final español tercer grado, se observa que de 37 variables, solo 13 variables fueron incluidas en el modelo final frecuentista de las cuales solo 11 resultaron significativas, mientras que en el enfoque bayesiano solo 9 resultaron significativas, en ambos enfoques este modelo final fue el mejor. La estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas y la variación dentro de la escuela es muy similar, en ambos casos se mantienen cercanas a cero. La correlación intra clase ICC es mayor en el enfoque bayesiano.

A diferencia del enfoque frecuentista en el enfoque bayesiano para definir R^2 en cada nivel del modelo multinivel es decir varianza explicada, no se ajusta un modelo nulo si no que se compararon varianzas en un solo modelo ajustado y se calcula el factor de agrupación λ . Los valores de las varianzas por niveles se mantienen similares y en ambos enfoques el modelo sexto grado español es el que mayor varianza total tiene lo que sugiere que es el modelo mejor ajustado.

4.7. Conclusiones

4.7.1. Conclusiones sobre los modelos

1. Se identificó un fuerte impacto positivo de las variables, clima en el aula escolar y prácticas de recreación para los modelos de tercer grado, lo que permite un alto rendimiento de los estudiantes.
2. El hecho de no disponer de libros y materiales en la escuela representa un efecto negativo en rendimiento de los estudiantes en español y matemática tercer grado.
3. Se identificó un fuerte impacto positivo de las variables, puntualidad del docente, actividades dentro del salón de clases, el uso del computador y educación de

los padres, para los modelos de sexto grado, lo que permite un alto rendimiento de los estudiantes.

4. El liderazgo en el salón de clases es más importante de lo que se piensa, ya que en español sexto grado refleja un alto impacto. Esto indica que un liderazgo positivo favorece a un mejor rendimiento.
5. Se pudo verificar por medio de las variables instalaciones en la escuela y servicios básicos de la escuela, que unas mejores características de la escuela tienen un efecto positivo y significativo sobre el rendimiento de los estudiantes. De igual forma, aquellos estudiantes que no trabajan y tienen supervisión de estudios en el hogar, tendrán un mejor rendimiento.
6. Por medio de los ingresos en el hogar se ha constatado que los estudiantes pertenecientes a familias más favorecidas económicamente tienen un mejor rendimiento.
7. El género del estudiante muestra una relación de menor magnitud pero igualmente significativa, en este caso es posible señalar que las niñas alcanzan mayor logro en lectura que los niños, y los niños alcanzan un mejor logro en matemática.

4.7.2. Conclusiones sobre los enfoques

1. El enfoque bayesiano proporciona resultados numéricos similares al enfoque frecuentista, en cuanto a las estimaciones de los parámetros y la precisión de las mismas.
2. La carga computacional del enfoque frecuentista es ligera frente al bayesiano donde el tiempo de cálculo aumenta con la complejidad del modelo.
3. El mayor cuidado que se debe tener en el enfoque Bayesiano es en la selección de las distribuciones a priori lo que permite una mejor distribución posteriori.

4. En ambos enfoques los efectos fijos dieron resultados muy pequeños de los parámetros de las variables, en el enfoque bayesiano se utilizó el método de hipótesis para probar si es más pequeño que el parámetro de desviación estándar de intercepción, este tipo de comparación no es posible fácilmente cuando se aplican métodos frecuentistas, porque en este caso solo están disponibles estimaciones puntuales para las desviaciones estándar y las correlaciones a nivel de grupo.

4.7.3. Conclusión general

Se pudo verificar la fortaleza del uso de los modelos multinivel para el análisis de datos con estructura jerárquica, ya que ofrecen distintas ventajas respecto a los modelos de regresión lineal tradicionales como, por ejemplo, brindan resultados más realistas ya que modelan los diferentes niveles, no requieren la hipótesis de independencia entre las medidas de la variable resultado y también dan estimaciones más precisas.

Los resultados de los modelos muestran la importancia del nivel de escuela al encontrar que los logros alcanzados por los estudiantes en gran medida se explican por las características propias de las instituciones.

4.8. Consideraciones finales

Debido al poder del análisis multinivel para identificar la variabilidad de los grupos dentro y entre ellos, se recomienda el uso de los mismos por el eficiente resultado como herramienta de análisis.

Para futuros estudios, se podría ampliar el número de niveles utilizando otras bases de datos, para verificar si los resultados numéricos, en cuanto a las estimaciones de los parámetros y la precisión de las mismas se mantiene similares.

En el siguiente capítulo y utilizando los datos del TERCE se realizarán modelaciones con los modelos de ecuaciones estructurales ya que son una herramienta muy potente cuando las unidades de observación forman una jerarquía de grupos anidados. A diferencia de los modelos multinivel, estos modelos permiten proponer el tipo y dirección de las relaciones que se espera encontrar entre las diversas variables contenidas en el, para pasar posteriormente a estimar los parámetros que vienen especificados por las relaciones propuestas a nivel teórico (Ruiz et al., 2010).

Capítulo 5

Modelos de Ecuaciones Estructurales

El modelo de ecuaciones estructurales es una técnica estadística multivariante, utilizada para especificar fenómenos en función de sus variables causales (Ruiz et al., 2010). Estos modelos presentan variables no observables directamente, llamadas variables latentes o constructos que son medidas a través de otras variables que son directamente observables. De esta forma, estos modelos representan los desarrollos más avanzados del modelo de regresión, y permiten el análisis de una realidad más compleja.

En este capítulo se inicia con una descripción del análisis factorial (AF) hasta llegar al modelo de ecuaciones estructurales (SEM). Se presentan cuatro modelos para el análisis de factores de rendimiento escolar para las bases de datos español y matemática tercer grado, español y matemática sexto grado. Se muestran los resultados de las pruebas para la verificación de que la muestra es válida para realizar AF, así como el supuesto de normalidad multivariada. Se realiza el análisis factorial exploratorio, con el método de rotación Varimax. En el caso del análisis factorial confirmatorio, se verifican los índices de ajuste más relevantes como ser CFI, TLI, RMSEA, SRMR, estos índices de ajuste permitirán decidir si, el modelo tal y como se encuentra especificado guarda coherencia estadística. Finalmente se realiza el modelo de ecuaciones estructurales donde se especifica el modelo estructural, el modelo de medida y correlación de errores. La estimación se realiza por el método de máxima verosimilitud (MLE) y se evalúa el modelo con las medidas de bondad de ajuste, ajuste incremental y ajust-

te de parsimonia, también se presentan las conclusiones del capítulo, así como las consideraciones finales.

5.1. Análisis factorial

El método de análisis más utilizado para ayudar a descubrir las relaciones entre las variables latentes asumidas y las variables observadas es el análisis factorial. Un punto a destacar es que el análisis factorial presenta dos variedades distintas. El primero es el análisis factorial exploratorio, que se utiliza para investigar la relación entre las variables observadas y los factores sin hacer suposiciones sobre qué variables manifiestas están relacionadas con qué factores. El segundo es el análisis factorial confirmatorio que se utiliza para probar si un modelo factorial específico postulado a priori proporciona un ajuste adecuado para las covarianzas o correlaciones entre las variables observadas (Everitt and Hothorn, 2011).

El análisis factorial puede considerarse una extensión del análisis de componentes principales. Ambos pueden verse como intentos de aproximar la matriz de covarianza Σ . Sin embargo, la aproximación basada en el modelo de análisis factorial es más elaborada. La pregunta principal en el análisis factorial es si los datos son consistentes con una estructura prescrita (Johnson and Wichern, 2007).

El vector aleatorio observable X , con p componentes, tiene media μ y matriz de covarianza Σ . El modelo factorial postula que X es linealmente dependiente de unas pocas variables aleatorias no observables F_1, F_2, \dots, F_m , llamadas factores comunes, y e_1, e_2, \dots, e_p , llamados errores o, a veces, factores específicos. En particular, el modelo de análisis factorial es:

$$\begin{aligned}
X_1 - \mu_1 &= l_{11}F_1 + l_{12}F_2 + \dots + l_{1m}F_m + \varepsilon_1 \\
X_2 - \mu_2 &= l_{21}F_1 + l_{22}F_2 + \dots + l_{2m}F_m + \varepsilon_2 \\
&\vdots \\
X_p - \mu_p &= l_{p1}F_1 + l_{p2}F_2 + \dots + l_{pm}F_m + \varepsilon_p
\end{aligned}$$

El anterior sistema de ecuaciones puede expresarse usando la notación matricial. Así que se denominará

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_p \end{bmatrix} \mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix} L = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & \dots & l_{1m} \\ l_{21} & l_{22} & \dots & l_{2m} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ l_{p1} & l_{p2} & \dots & l_{pm} \end{bmatrix} F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_m \end{bmatrix} \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_p \end{bmatrix}$$

Expresado en notación matricial queda:

$$\begin{bmatrix} X_1 - \mu_1 \\ X_2 - \mu_2 \\ \vdots \\ X_p - \mu_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & \dots & l_{1m} \\ l_{21} & l_{22} & \dots & l_{2m} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ l_{p1} & l_{p2} & \dots & l_{pm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_p \end{bmatrix}$$

El coeficiente l_{ij} se denomina carga de la i -ésima variable sobre el j -ésimo factor, por lo que la matriz L es la matriz de las cargas factoriales. Note que el i -ésimo factor específico e_i ; se asocia únicamente con la i -ésima respuesta X_i . Las p desviaciones $X_1 - \mu_1, X_2 - \mu_2, \dots, X_p - \mu_p$ se expresan en términos de $p + m$ variables aleatorias $F_1, F_2, \dots, F_m, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p$ que no son observables (Johnson and Wichern, 2007).

Si se tiene en cuenta las denominaciones dadas a vectores y matrices, lo anterior puede ser expresado de la siguiente manera:

$$X - \mu = LF + \varepsilon \tag{5.1}$$

Se asume que:

$$E(F) = 0;$$

$$Cov(F) = E(FF') = I;$$

$$E(\varepsilon) = 0;$$

$$Cov(\varepsilon) = E(\varepsilon\varepsilon') = \psi = \begin{pmatrix} \psi_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \psi_2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \psi_p \end{pmatrix}$$

Y que F y ε son independientes, entonces: $Cov(\varepsilon, F) = E(\varepsilon F') = 0$, estos supuestos constituyen el modelo factorial ortogonal.

Los supuestos antes mencionados implican que, dados los valores de los factores comunes, las variables latentes son independientes; es decir, las correlaciones de las variables observadas surgen de sus relaciones con los factores comunes. Debido a que los factores no se observan, se puede fijar sus ubicaciones y escalas arbitrariamente y suponer que ocurren en forma estandarizada con media cero y desviación estándar uno.

Antes de continuar con el análisis se debe confirmar que la muestra es válida para realizar el análisis factorial. Uno de los test que ayudan a validar los datos es el test de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO), y la prueba de Esfericidad de Bartlett (Labraca, 2021).

1. El test KMO es una medida de la idoneidad de los datos para el análisis factorial. La prueba mide la adecuación del muestreo para cada variable en el modelo y para el modelo completo. La prueba antes mencionada es la siguiente (Costales et al., 2022):

$$KMO_J = \frac{\sum_{i \neq j} r_{ij}^2}{\sum_{i \neq j} r_{ij}^2 + \sum_{i \neq j} u_{ij}^2}$$

Dónde:

$R = [r_{ij}]$ es la matriz de correlación,

$U = [u_{ij}]$ es la matriz de covarianza parcial. Las matrices de covarianza parcial $C_{y.x}$ se emplean en estudios de análisis factorial. Se deriva la relación entre el patrón factorial C_{yy} y $C_{y.x}$, donde x e y son dos conjuntos cualesquiera de variables. El patrón factorial es invariante, y la matriz de intercorrelación factorial P se convierte en $P_{f.x}$, donde esta última es la matriz de covarianza de varianzas de los factores $f.x$, es decir, f de la cual x se separa. El patrón factorial de las dos soluciones se pueden rotar a perfiles proporcionales en el espacio ortogonal (Levin, 1987).

Valores altos de KMO indican buena adecuación de un AF.

2. Prueba de esfericidad de Bartlett, permite evaluar la hipótesis nula que asegura que las variables no están correlacionadas.

Dado el contraste de hipótesis:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots \sigma_k^2$$

$$H_1 : \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$$

Se define el estadístico:

$$T = \frac{(N - k) \ln(s_p^2) - \sum_{i=1}^k k(N_i - 1) \ln(s_i^2)}{1 + (1/(3(k - 1)))((\sum_{i=1}^k 1/(N_i - 1)) - (1/(N - k)))}$$

Donde s_i^2 es la varianza del término i -ésimo, N es tamaño de la muestra, N_i es el tamaño de la muestra del grupo i -ésimo, k es el número de grupos, y s_p^2 es la varianza agrupada.

Si los resultados son significativos a un nivel $p < 0,05$, se rechaza la hipótesis nula y se considera que las variables están intercorrelacionadas para realizar el EFA.

5.1.1. Análisis factorial exploratorio

El análisis factorial exploratorio (EFA) es un enfoque impulsado por los datos, de tal manera que no se hacen especificaciones en relación con el número de factores latentes o al patrón de las relaciones entre los factores comunes y los indicadores. El análisis factorial exploratorio se emplea como una técnica exploratoria o descriptiva para determinar el número adecuado de factores comunes y descubrir cuáles variables de medición son indicadores razonables de las diversas dimensiones latentes (Arauz, 2020).

Una hipótesis básica de EFA es que hay m factores “latentes” comunes para ser descubiertos en el conjunto de datos, y el objetivo es encontrar el menor número de factores comunes que explicarán las correlaciones. Los factores comunes son aquellos que afectan a más de uno de los atributos de la superficie y los factores específicos son aquellos que solo afectan a una variable en particular (Yong and Pearce, 2013).

Métodos de rotación

El objetivo de la rotación es lograr una estructura simple óptima que intente tener cada carga variable en la menor cantidad de factores posible, pero maximizando el número de cargas altas en cada variable (Rummel, 1970). En última instancia, la estructura simple intenta que cada factor defina un conjunto distinto de variables interrelacionadas para que la interpretación sea más fácil (Cattell, 1970).

En términos generales, hay rotación ortogonal y rotación oblicua. La rotación ortogonal es cuando los factores giran 90° entre sí y se supone que los factores no están correlacionados (Rummel, 1970). Dos técnicas ortogonales comunes son la rotación Quartimax y Varimax:

1. Quartimax: implica la minimización del número de factores necesarios para explicar cada variable.

2. Varimax: minimiza la cantidad de variables que tienen cargas altas en cada factor y trabaja para hacer que las cargas pequeñas sean aún más pequeñas.

La rotación oblicua es cuando los factores no se rotan 90^0 entre sí y se considera que los factores están correlacionados. La rotación oblicua es más compleja que la rotación ortogonal, ya que puede involucrar uno de dos sistemas de coordenadas: un sistema de ejes primarios o un sistema de ejes de referencia (Rummel, 1970). Las técnicas comunes de rotación oblicua son Direct Oblimin y Promax:

1. Direct Oblimin: este método tiende a producir las mismas soluciones que la rotación varimax pero permite que sean oblicuas, lo que facilita su interpretación y uso práctico.
2. Promax: implica elevar las cargas a una potencia de cuatro, lo que finalmente da como resultado mayores correlaciones entre los factores y logra una estructura simple.

Métodos de extracción

El análisis factorial se basa en el “modelo de factor común”, que es un modelo teórico. Este modelo postula que las medidas observadas se ven afectadas por factores comunes subyacentes y factores únicos, y es necesario determinar los patrones de correlación, (Yong and Pearce, 2013). Algunos de los métodos disponibles son: componentes principales, mínimos cuadrados no ponderados, mínimos cuadrados generalizados, máxima verosimilitud, y factor del eje principal.

1. Análisis de componentes principales: método para la extracción de factores utilizada para formar combinaciones lineales no correlacionadas de las variables observadas. Discutido en la sección 3.6.
2. Mínimos cuadrados no ponderados: método de extracción de factores que minimiza la suma de los cuadrados de las diferencias entre las matrices de correlación observada y reproducida, ignorando las diagonales.

3. Mínimos cuadrados generalizados: método de extracción de factores que minimiza la suma de los cuadrados de las diferencias entre las matrices de correlación observada y reproducida.
4. Máxima verosimilitud: método de extracción factorial que proporciona las estimaciones de los parámetros que con mayor probabilidad ha producido la matriz de correlaciones observada, si la muestra procede de una distribución normal multivariada.
5. Factor del eje principal: se basa en la noción de que todas las variables pertenecen al primer grupo y cuando se extrae el factor, se calcula una matriz residual. Luego, los factores se extraen sucesivamente hasta que se tenga en cuenta una varianza lo suficientemente grande en la matriz de correlación.

Determinación del número de factores a utilizar

Se han sugerido una serie de métodos para determinar el número apropiado de factores a utilizar, entre ellos se tiene:

1. Kaiser Criterion : esta regla sugiere que se deben retener todos los factores que tengan un valor propio de 1,0 o mayor; con el razonamiento de que un factor no debe explicar menos que la varianza equivalente que hubiera explicado una sola de las variables incluidas en el análisis. La regla sin embargo no es estricta y debe analizarse en conjunto con otros criterios (Guttman, 1954).
2. Análisis del Scree Plot: se basa en una gráfica de los valores propios. Se grafican los valores propios, se ajusta una línea recta a través de los valores $p - m$ más pequeños y se retienen los que caen por encima de la línea. Pueden ocurrir una serie de complicaciones, que incluyen: una pendiente gradual de los valores propios más bajos a los más altos sin un punto de ruptura obvio en la línea, más de un punto de ruptura en la línea, o se puede dibujar más de una línea aparentemente adecuada a través de los valores bajos (Cattell, 1966).

3. Análisis paralelo: el procedimiento es basado en el principio de que los factores a extraer deben dar cuenta de mas varianza que la que es esperada de manera aleatoria. El procedimiento reordena las observaciones de manera aleatoria entre cada variable y los valores propios son recalculados a partir de esta nueva base de datos aleatoriamente ordenada. Los factores con valores propios mayores a los valores aleatorios son retenidos para interpretación (Horn, 1965).
4. Identificación del modelo: la regla de los dos pasos, esta indica en su primer paso que hay al menos 3 indicadores por cada variable latente, y en su segundo paso no hay correlación entre los errores (Labraca, 2021).

5.1.2. Análisis factorial confirmatorio

Los modelos de análisis factorial confirmatorio son un subconjunto de un enfoque más general para modelar variables latentes conocido como modelo de ecuación estructural o modelo de estructura de covarianza. Dichos modelos permiten tanto la respuesta como las variables latentes explicativas vinculadas por una serie de ecuaciones lineales (Everitt and Hothorn, 2011).

En el análisis factorial confirmatorio (CFA), el investigador especifica el número de factores y el patrón de relación entre el indicador y las cargas factoriales de antemano, así como otros parámetros. El factor de solución pre-especificado se evalúa en términos de lo bien que este reproduce la matriz de varianzas y covarianzas de la muestra en las variables medidas (Arauz, 2020). Además este análisis utiliza diagramas de ruta para representar factores y variables.

El análisis de ruta fue introducido por Wright en (1934) en un contexto biométrico como método para estudiar los efectos directos e indirectos de las variables. La característica por excelencia del análisis de ruta es un diagrama que muestra cómo un conjunto de variables explicativas influye en una variable dependiente bajo consideración. La forma en que se dibujan los caminos determina si las variables explicativas

son causas correlacionadas, causas mediadas o causas independientes.

Estimación

La estimación implica encontrar valores para los parámetros del modelo que minimicen una función de discrepancia que indique la magnitud de las diferencias entre los elementos de S , la matriz de covarianza observada de las variables manifiestas y las de $\Sigma(\theta)$, la matriz de covarianza implícita en el modelo ajustado (es decir, una matriz cuyos elementos son funciones de los parámetros del modelo), contenida en el vector $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_t)^T$ (Everitt and Hothorn, 2011).

El método más común utilizado para estimar los parámetros en los modelos de factores confirmatorios y ecuaciones estructurales es la máxima verosimilitud bajo el supuesto de que los datos observados tienen una distribución normal multivariante.

La función de discrepancia F_{ML} esta dada por:

$$F_{ML}(S, \Sigma(\theta)) = \log|\Sigma(\theta)| - \log|S| + \text{tr}(S, \Sigma(\theta)^{-}) - q \quad (5.2)$$

Donde q es el número de variables exógenas observables.

La normalidad univariante es una condición necesaria pero no suficiente para que se satisfaga la multinormalidad. Debido a esto, es necesario comprobar, en primer lugar, que todas las variables observadas se distribuyen normalmente. Para ello se puede hacer uso del tests de Shapiro-Wilk y los contrastes de asimetría y curtosis. Mardia (1970) propone tests multivariantes de curtosis y asimetría con la intención de certificar si un conjunto de variables observadas sigue una distribución normal multivariante.

Test de Mardia: sea N es el número total de observaciones; z_i y z_j los vectores columna con valores de todas las variables para las observaciones i -ésima y j -ésima, repectivamente; \bar{z} el vector columna de las medias muestrales y S^{-1} la matriz inversa

de la matriz de varianzas-covarianzas muestral. Entonces, los tests multivariantes de asimetría y curtosis son:

1. Test de asimetría

$$b_{1,p} = \left(\frac{1}{N^2} \right) \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left\{ (z_i - \hat{z})^t S^{-1} (z_j - \hat{z}) \right\}^3$$

2. Test de curtosis

$$b_{2,p} = \left(\frac{1}{N} \right) \sum_{i=1}^N \left\{ (z_i - \hat{z})^t S^{-1} (z_i - \hat{z}) \right\}^2$$

Tanto los valores de p de las estadísticas de asimetría como de curtosis deben ser superiores a 0,05 (Curran et al., 1996). Ante la dificultad de obtener datos distribuidos según una normal multivariante, la práctica más común reside en comprobar que los valores de asimetría y curtosis de cada variable no superan los valores 3 y 10 respectivamente (Labraca, 2021).

Medidas de bondad de ajuste

Dado que el modelo presentado tiene variables latentes o no observadas, es necesario identificar cada una de estas con un valor estadístico para poder calcular los estimados de sus efectos. Los valores estimados evalúan un parámetro que caracteriza a la población a través de una muestra. Si esta representa fielmente a la población, se supone que el estadístico representa bien el parámetro (Escobedo et al., 2015).

El estadístico χ^2 para el contraste global del modelo. Los supuestos que requiere este estadístico son: la hipótesis de normalidad de las variables observadas y un tamaño muestral lo suficientemente grande para justificar las propiedades asintóticas del contraste. Como estos requisitos se cumplen rara vez, se sugieren que el estadístico debe aplicarse con precaución con muestras grandes, dado que incluso pequeñas diferencias entre las matrices de covarianza muestral y la estimada serán evaluadas como significativas. El desarrollo de otros estadísticos de bondad de ajuste surgen ante la limitación anterior (Taborga, 2013).

Se expone una breve explicación de cada uno de los valores utilizados en la evaluación de los criterios de calidad de ajuste, evaluando desde tres perspectivas: ajuste absoluto, ajuste incremental y ajuste de parsimonia (Escobedo et al., 2015), (Mulaik et al., 1989) y (Jöreskog and Sörbom, 1993).

Bondad de ajuste absoluto: determina el grado en que el modelo general predice la matriz de correlaciones, entre ellos se tiene:

1. Índice de bondad de ajuste (GFI): es un índice de la variabilidad explicada por el modelo ajustado. Entre más se acerque a cero indica un mal ajuste, valores superiores a 0,90 indican un ajuste aceptable. Las ecuaciones para este índice son las siguientes: por un lado, se utiliza con modelos cuyos parámetros se estiman por máxima verosimilitud (MLE),

$$GFI_{(ML)} = 1 - \frac{tr(\hat{\Sigma}^{-1}S - I)^2}{tr(\hat{\Sigma}^{-1}S)^2} \quad (5.3)$$

donde $\hat{\Sigma}$ es la matriz de covarianza estimada para las variables observadas derivadas de un modelo restringido; S es la matriz de covarianza de muestra sin restricciones (correspondiente a la matriz de covarianza de un modelo saturado); y $tr()$ es la traza o suma de los elementos diagonales de la matriz contenida entre paréntesis. Y por otro lado, usando $\hat{\Sigma}$ y S en modelos cuyos parámetros se estiman mediante mínimos cuadrados sin restricciones (ULS) la ecuación queda:

$$GFI_{(ULS)} = 1 - \frac{tr(S - \hat{\Sigma})^2}{tr(S^2)} \quad (5.4)$$

2. Error de Aproximación Cuadrático Medio (RMSEA): representa el ajuste anticipado con el valor total de la población y ya no con el de la muestra. Si el RMSEA es menor o igual a 0,05 indica un error de aproximación del modelo con la realidad y se define como:

$$RMSEA = \sqrt{\max\left(\frac{U/v - 1}{n}, 0\right)} \quad (5.5)$$

Donde N número de observaciones, $n = N - 1$ y v los grados de libertad. Defina F como la función de discrepancia de máxima verosimilitud, $U = nF$ el estadístico χ^2 de la bondad del ajuste (Steiger, 2000).

3. Índice de error de cuadrático medio (RMR): mide las varianzas y covarianzas de la muestra y si éstas difieren de las estimaciones obtenidas. Si este indicador se acerca a 0, puede considerarse un ajuste casi perfecto.
4. Índice de validación cruzada esperada (ECVI): representa la correlación entre las variables del modelo. Entre más se acerque a 1 su correlación es mayor.

$$ECVI = (c/n) + 2(t/n) \quad (5.6)$$

Donde $n = N - 1$, t es el número de parámetros independientes a estimar, $c = nF[S, \Sigma(\hat{\theta})]$ es la χ^2 medida del ajuste general del modelo.

Medidas de ajuste incremental del modelo: estas medidas comparan el modelo propuesto con algún otro existente, llamado generalmente modelo nulo. Entre los índices para evaluarlo se tiene:

1. Índice ajustado de bondad de ajuste (AGFI): es una extensión del GFI, el cual ajusta los grados de libertad entre los dos modelos. Los valores cercanos a 0,90 o superiores son los que muestran un mejor ajuste del modelo.

$$AGFI = 1 - (1 - GFI)[K(K + l)/2d], \quad (5.7)$$

Donde GFI es el índice de bondad de ajuste, k es el número de variables manifiestas en el modelo y d son los grados de libertad del modelo al que se aplica GFI.

2. Índice de ajuste normado (NFI): compara el modelo propuesto y el modelo nulo considerando un valor aceptable si es mayor a 0,90. Un índice popular que es una especialización del índice normado para comparar modelos y que, cuando

se usa en ciertos contextos, refleja la proporción de información total explicada por un modelo:

$$NFI(y) = \frac{(F_0 - F_j)}{(F_0 - F_s)} \quad (5.8)$$

Donde F_0 es una medida de falta de ajuste, F_j es la medida de falta de ajuste comparable al comparar la matriz de covarianza de la muestra con la matriz de covarianza hipotética derivada de los parámetros de un modelo menos restringido y F_s es la medida de falta de ajuste comparable cuando se compara la matriz de covarianza de la muestra con la matriz de covarianza hipotética derivada de los parámetros de un modelo saturado o recién identificado.

3. Índice no normalizado de ajuste (NNFI): o índice Tucker Lewis, supera las limitaciones del NFI al considerar los grados de libertad del modelo propuesto, siempre y cuando su relación sea débil con el tamaño muestral. El rango de este va de entre 0 y 1, siendo recomendables los valores superiores o iguales a 0,9.

$$NNFI = \frac{f_i - f}{f_i - 1} \quad (5.9)$$

Donde $f_i = nF_i/d_i$, $f = nF/d$, F sea el valor mínimo de la función de ajuste para el modelo de estimación, F_i es el valor mínimo de la función de ajuste para el modelo de independencia, d y d_i son los correspondientes grados de libertad y $n = N - 1$.

Medidas de ajuste de parsimonia: estas relacionan la calidad de ajuste del modelo con el número de coeficientes estimados necesarios para conseguir el nivel de ajuste. Los valores se congregan en tres grupos, bajos, adecuados o elevados dependiendo de su valor, ya que este oscila entre 0 y 1, entre ellos se tiene:

1. Índice de ajuste normado de parsimonia (PNFI): relaciona los constructos con la teoría que los sustenta. Entre más cerca esté de 1 es mayor su relación.

$$PNFI(j) = \left(\frac{d_j}{d_0}\right)NFI(j) \quad (5.10)$$

Donde NFI es el índice de ajuste normado para el modelo j , d_j es la relación de los grados de libertad, d_0 los grados de libertad, del modelo nulo.

2. Criterio de información de Akaike (AIC): definido en la sección 3.5.4, es una medida comparativa entre modelos con diferente número de constructos. El mejor modelo que se ajusta, según AIC, es aquel con menor valor.
3. Índice de bondad de ajuste de parsimonia (PGFI): es un índice sugerido por Mulaik y colaboradores (1989), que constituye una modificación del GFI y considera los grados de libertad disponibles para probar el modelo. Las magnitudes consideradas aceptables se encuentran en el rango de 0,5 a 0,7.

$$PGFI(j) = \left(\frac{d_j}{d_0}\right)GFI(j) \quad (5.11)$$

Donde cabe señalar que d_0 para un GFI es igual a $k(k + l)/2$, el número de elementos independientes en la diagonal y fuera de la diagonal de la matriz de covarianza de las variables observadas, en lugar del número de elementos distintos fuera de la diagonal, $k(k - 1)/2$, como es el caso del índice de ajuste normado.

Coefficientes de confiabilidad

1. Alfa de Cronbach: fue descrito en (1951) por Lee J. Cronbach. Es un índice usado para medir la confiabilidad del tipo consistencia interna de una escala, es decir, para evaluar la magnitud en que los ítems de un instrumento están correlacionados. En otras palabras, el alfa de Cronbach es el promedio de las correlaciones entre los ítems que hacen parte de un instrumento. También se puede concebir este coeficiente como la medida en la cual algún constructo, concepto o factor medido está presente en cada ítem (Oviedo and Campo-Arias, 2005). Puede ser calculado a partir de la correlación entre los ítems como una función del número de ítems del instrumento y la correlación media entre los ítems:

$$\alpha = \frac{np}{1 + (n - 1)p} \quad (5.12)$$

Donde n es el número de ítems y p es el promedio de todas las correlaciones. Si se incrementa el número de ítems entonces se incrementa el valor del alfa de Cronbach. Además, si la correlación media entre los ítems es baja entonces el valor del alfa de Cronbach será bajo. En este sentido, a medida que la correlación media entre los ítems se incrementa también se incrementa el valor del alfa de Cronbach. Si la correlación entre los ítems es alta entonces habrá evidencia de que los ítems están midiendo un mismo constructo o dimensión latente (Frías-Navarro, 2022).

El valor mínimo aceptable es 0,70; por debajo de ese valor la consistencia interna de la escala utilizada es baja. Por su parte, el valor máximo esperado es 0,90; por encima de este valor se considera que hay redundancia o duplicación.

2. Varianza Extraída Media (Average Variance Extracted, AVE por sus siglas en inglés): Fornell y Larcker (1981) propusieron la AVE calculada desde los pesos de medida estandarizados para evaluar la validez convergente del modelo de medida. Dado un factor o variable latente con k indicadores, AVE es igual al promedio de los k pesos de medida estandarizados elevados al cuadrado $\hat{\lambda}_i^2$, los cuales son estimados a partir de una muestra de n participantes (de la Rubia, 2019).

$$AVE = \frac{\sum_{i=1}^k \hat{\lambda}_i^2}{k} \quad (5.13)$$

Este estadístico puede ser interpretado como una medida de confiabilidad del constructo y como una medición de la evaluación de la validez discriminante. Los valores de AVE deben de ser mayores de 0,50 o el valor de t student significativo con lo que se establece que más del 50% de la varianza del constructo es debido a sus indicadores (Fornell and Larcker, 1981).

5.2. Modelos de ecuaciones estructurales (SEM)

Aunque más complejos que los modelos de análisis factorial confirmatorio, el objetivo de los modelos de ecuaciones estructurales es esencialmente el mismo, es decir, explicar las correlaciones o covarianzas de las variables observadas en términos de las relaciones de estas variables con las variables latentes subyacentes supuestas y las relaciones postuladas entre las propias variables latentes. (Everitt and Hothorn, 2011).

Segun Mulaik (2009) existen dos formas en las que puede ser expresado el modelo de ecuaciones que subyace a un modelo de ecuaciones estructurales con variables latentes.

La primera consiste en tratar a las perturbaciones de una manera separada que a las variables exógenas, es la más usada para presentar ejemplos empíricos, por su facilidad de interpretación. Expresada de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \eta \\ Y \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \eta \\ Y \end{bmatrix} + \Gamma \begin{bmatrix} \xi \\ X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta \\ \varepsilon \end{bmatrix}$$

También se puede expresar como:

$$\eta^* = A\eta^* + \Gamma\xi^* + \Delta^*\varepsilon^* \quad (5.14)$$

Donde $\eta^* = \begin{bmatrix} \eta \\ Y \end{bmatrix}$ el vector aleatorio de variables endógenas de tamaño $(m+p) \times 1$, con η siendo el vector de tamaño $(m \times 1)$ de variables latentes endógenas y Y el vector de tamaño $(p \times 1)$ de variables manifiestas endógenas.

- A es la matriz de coeficientes estructurales de tamaño $(m+p) \times (m+p)$ que relaciona las variables endógenas a otras variables endógenas.
- Γ es la matriz de coeficientes estructurales de tamaño $(m+p) \times (n+q)$ que relaciona las variables endógenas con las variables exógenas.
- $\xi^* = \begin{bmatrix} \xi \\ X \end{bmatrix}$ es el vector aleatorio de variables endógenas de tamaño $(n+q) \times 1$, con ξ siendo el vector de variables latentes exógenas de tamaño $(n \times 1)$ y X es el vector de tamaño $(q \times 1)$ de variables manifiestas exógenas.

- ψ es una matriz diagonal de coeficientes estructurales, de tamaño $(p \times p)$, que relaciona las variables manifiestas endógenas a las perturbaciones exógenas.
- ε es un vector de tamaño $(p \times 1)$ de variables aleatorias de perturbación en las variables manifiestas.
- ε^* es el vector de tamaño $(m+p) \times 1$ de perturbaciones en las variables endógenas, tanto latentes como manifiestas.
- Δ es una matriz diagonal de coeficientes estructurales, de tamaño $(m \times m)$, que relaciona las m variables latentes endógenas (η) a las m perturbaciones ζ .

La segunda forma de expresar en forma matricial los modelos de ecuaciones estructurales es tratando como variables exógenas tanto a las perturbaciones como a las variables manifiestas exógenas. Esto lleva a la siguiente representación matricial:

$$\begin{bmatrix} \eta \\ Y \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \eta \\ Y \end{bmatrix} + [\Gamma_\xi \quad \Gamma_x \quad \Gamma_\varepsilon] \begin{bmatrix} \xi \\ x \\ \varepsilon \end{bmatrix}$$

También se puede expresar como:

$$\eta^* = A\eta^* + \Gamma^*\xi^* \quad (5.15)$$

Donde ξ^* es un vector de variables exógenas y de perturbaciones de tamaño $(n + q) \times 1$. No se hace ninguna distinción entre las perturbaciones sobre las variables latentes o sobre las variables manifiestas.

La ecuación (5.15) puede expresarse en su forma reducida al aplicar una serie de operaciones algebraicas, como sigue:

$$\eta^* - A\eta^* = \Gamma^*\xi^* \quad (5.16)$$

$$(I - A)\eta^* = \Gamma^*\xi^* \quad (5.17)$$

$$B\eta^* = \Gamma^*\xi^* \quad (5.18)$$

$$\eta^* = B^{-1}\Gamma^*\xi^* \quad (5.19)$$

En la ecuación (5.16) del modelo de ecuaciones expresado en su forma reducida, las variables endógenas son funciones matriciales únicamente de las variables exógenas y $B = (I - A)$ (Mulaik, 2009).

En la modelación de ecuaciones estructurales existen dos enfoques: el primero es el enfoque de mínimos cuadrados parciales (PLS, por sus siglas en inglés) basado en el análisis de la varianza. El segundo se basa en el análisis de estructuras de covarianza (CB, por sus siglas en inglés).

PLS-SEM: Partial least square

PLS es una técnica SEM basada en un enfoque iterativo que maximiza la varianza explicada de construcciones endógenas. En general, un modelo de ecuación estructural con variables latentes consta de modelos de medición que describen las relaciones entre las variables latentes y sus indicadores observados, y un modelo estructural de las relaciones entre las variables latentes. En el contexto de PLS-SEM, los modelos estructurales y de medición se denominan con frecuencia modelos externos e internos. Los modelos de medición pueden comprender indicadores formativos o reflexivos, en los que solo es posible un tipo de relación por variable latente. Los indicadores reflexivos se ven como funciones de la variable latente. Los cambios en la variable latente se reflejan en los cambios en las variables indicadoras asociadas. Por el contrario, se supone que los indicadores formativos provocan una variable latente, es decir, los cambios en los indicadores implican cambios en el valor de la variable latente (Henseler et al., 2012).

El objetivo de PLS es predecir Y a partir de X y describir su estructura común. PLS encuentra componentes de X que también son relevantes para Y . Específicamente, busca un conjunto de componentes llamados vectores latentes que realiza una descomposición simultánea de X e Y con la restricción de que estos componentes expliquen tanto como sea posible la covarianza entre X e Y (Abdi, 2007).

El PLS descompone tanto X como Y como producto de un conjunto común de factores ortogonales y un conjunto de cargas específicas. Entonces, las variables independientes se descomponen como $X = TP^T$ con $T^T T = I$ siendo I la matriz identidad. T se denomina matriz de puntuación y P matriz de carga (en la regresión PLS, las cargas no son ortogonales). Asimismo, Y se estima como $\hat{Y} = TBC^T$ donde B es una matriz diagonal con los pesos de regresión como elementos diagonales y C es la matriz de peso de las variables dependientes. Las columnas de T son los vectores latentes. Cuando su número es igual al rango de X , realizan una descomposición exacta de X . Tenga en cuenta, sin embargo, que solo estiman Y (Abdi, 2007).

CBSEM: Covariance based SEM

CBSEM es una técnica que surgió de la unión de la perspectiva econométrica enfocada en la predicción y el enfoque psicométrico que modela conceptos como las variables latentes (no observadas) que son indirectamente inferidas de múltiples medidas observadas (indicadores o variables manifiestas), se requiere una fuerte base teórica y supone que los datos analizados presentan una distribución normal. Cuando la meta de la investigación es confirmar un modelo teórico que incorpora solo variables medidas con indicadores reflexivos, se propone seleccionar CBSEM (Ramos et al., 2019).

CBSEM estima el modelo completo y produce estadísticas de ajuste que explican qué tan bien se ajustan los datos empíricos al modelo teórico, es decir, minimizando la discrepancia entre las covarianzas de los datos de la muestra y las especificadas por el modelo teórico. Como tal, CBSEM está orientado a parámetros porque busca crear estimaciones de parámetros cercanas a los parámetros de población. CBSEM es más apropiado cuando existen teorías bien establecidas que subyacen al modelo de investigación propuesto. Utilizar CBSEM para obtener estimaciones de parámetros de población que expliquen las covarianzas con el supuesto de que el modelo subyacente es correcto (Peng and Lai, 2012).

5.2.1. Diagramas de ruta

Un diagrama de ruta es una serie de símbolos que permiten poner a prueba la teoría con tal de que se hayan medido las variables (Tone, 2017). Para representar adecuadamente el modelo mediante el uso de grafos se debe atender a ciertas convenciones (Pérez et al., 2017):

1. La relación entre variables se indica por una flecha cuyo sentido indica la dirección de la relación.
2. La covariación entre variables, sin una dirección especificada, se representa por medio de una flecha bidireccional.
3. Cada flecha presenta un coeficiente que indica la magnitud del efecto de la relación entre ambas variables.
4. Las variables que reciben influencia por parte de otra se denominan endógenas y las que no reciben influencia se denominan exógenas.
5. Las variables observables se enmarcan en cuadrados y las variables latentes en círculos.
6. Los efectos directos son aquellos que operan directamente de una variable sobre otra.
7. Los efectos indirectos ocurren cuando la relación entre dos variables es mediada por una o más variables.

Los modelos de ecuaciones estructurales pueden mantener un número considerable de variables dependientes e independientes a distintos niveles. En la figura 5.1 se observa una representación de diagrama de ruta, con dos variables independientes y una dependiente, el círculo afectando a la variable dependiente se incluye usualmente en los modelos estructurales para reconocer que no siempre es posible predecir o explicar completamente la variable dependiente y queda, por tanto, varianza por explicar o varianza de error (Tone, 2017), tanto las variables independientes como la dependiente son observables, y hay una variable latente, es decir, no observable.

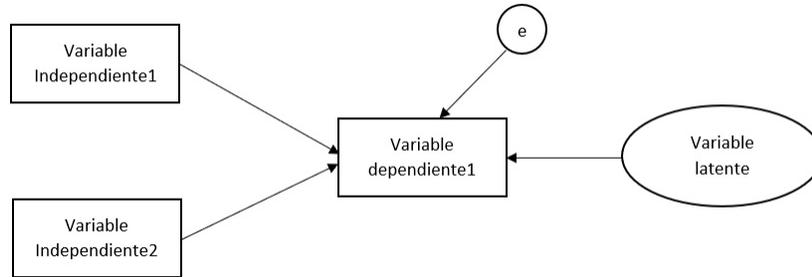


Figura 5.1: Representación gráfica de un modelo de análisis de ruta

5.2.2. Colinealidad entre indicadores

Para evaluar el nivel de colinealidad la prueba estadística más usual es el factor VIF discutido en la sección 3.2.4 del capítulo 3. Se consideran que existe alta multicolinealidad cuando el VIF es mayor a 10 (Quintana, 2016).

5.2.3. Modelos formativos y reflexivos

Diferencias conceptuales

La característica de un modelo de medición reflexivo es que un cambio en la variable latente (no observable) será reflejado en un cambio en todos sus indicadores. En el modelo formativo, son los indicadores los que causan una variable latente, así que un cambio en ella no es acompañado por un cambio en todos sus indicadores. La diferencia entre los dos enfoques está en la prioridad causal entre la variable latente y sus indicadores (Bollen, 1989).

En términos generales, en la literatura de ecuaciones estructurales se han mencionado dos modelos de medición diferentes que utilizan múltiples indicadores de constructos latentes: el modelo reflexivo o de factor principal y el modelo formativo o de variable latente compuesta. Las características clave de estos dos modelos se resumen a partir de la la figura 5.2 (Jarvis et al., 2003).

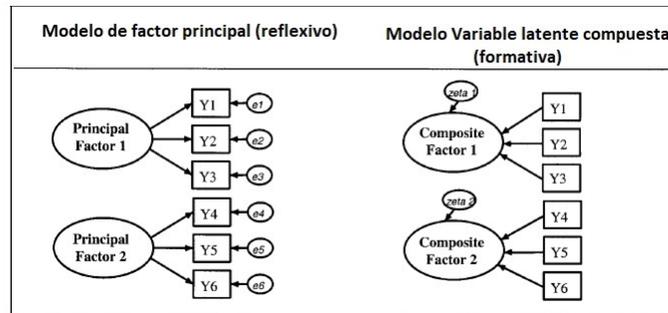


Figura 5.2: Modelos de medida

Diferencias entre tipos de modelos de medida.

Modelo reflexivo

1. La dirección de la causalidad es del constructo a la medida.
2. Se espera que las medidas estén correlacionadas (las medidas deben poseer confiabilidad de consistencia interna).
3. Eliminar un indicador del modelo de medición no altera el significado del constructo.
4. Tiene en cuenta el error de medición a nivel de objeto
5. El constructo posee un significado de “excedente”.
6. La puntuación de la escala no representa adecuadamente el constructo.

Modelo formativo

1. La dirección de la causalidad es de la medida a la correlación (la consistencia interna no está implícita).
2. No hay razón para esperar que las medidas estén correlacionadas.
3. Eliminar un indicador del modelo de medición puede alterar el significado del constructo.
4. Tiene en cuenta el error de medición a nivel del constructo.
5. El constructo posee un significado de “excedente”.
6. La puntuación de la escala no representa adecuadamente el constructo.

Reglas de decisión para determinar si un constructo es formativo o reflexivo

Más específicamente, se debe modelar un constructo con indicadores formativos si prevalecen las siguientes condiciones (Jarvis et al., 2003):

1. Los indicadores se consideran características definitorias del constructo.
2. Se espera que los cambios en los indicadores causen cambios en el constructo.
3. No se espera que los cambios en el constructo causen cambios en los indicadores.
4. Los indicadores no necesariamente comparten un tema común.
5. La eliminación de un indicador puede alterar el dominio conceptual del constructo.
6. No se espera necesariamente que un cambio en el valor de uno de los indicadores esté asociado con un cambio en todos los demás indicadores.
7. Los indicadores no se espera que tengan los mismos antecedentes y consecuencias.

Por otro lado, un constructo debe modelarse con indicadores reflexivos si ocurre lo contrario.

5.2.4. Variables moderadoras y mediadoras con efecto directo e indirecto

Una variable mediadora es una tercera variable que vincula una causa y un efecto. Una variable moderadora es una tercera variable que modifica un efecto causal. La mediación y la moderación son modelos causales. Aquí, un modelo causal se refiere a una hipótesis teórica sobre cómo los cambios en una variable resultan en cambios en otra. Probar una hipótesis causal implica investigar si una inferencia causal tal que X causa Y es viable. Wegener y Fabrigar (2000) establecieron explícitamente que existen tres tipos de hipótesis causales comunes: efecto causal directo, efecto causal mediado y efecto causal moderado. Incluso si los datos no permiten una conclusión causal por

ejemplo, datos transversales o no experimentales, los modelos de mediación y moderación son, por naturaleza, modelos causales porque las teorías subyacentes sugieren inferencias direccionales que son intrínsecamente causales (Wu and Zumbo, 2007).

Una vez establecida una relación que se asume causal entre una variable independiente (variable X) y una variable de respuesta (variable Y), una cuestión de interés es considerar el papel que juegan terceras variables (o variables Z) en tal relación. En la Figura 5.3 se representan con diagramas de ruta (Ato and Vallejo, 2011).

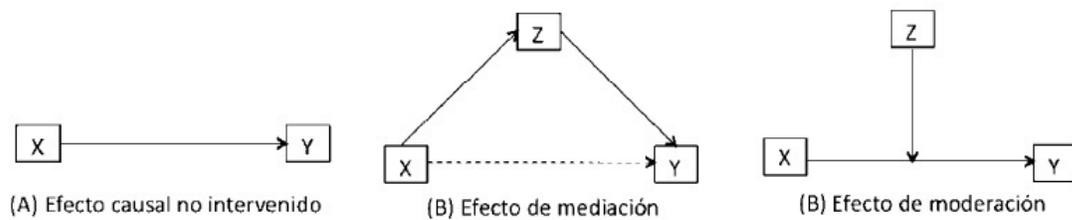


Figura 5.3: Efectos de terceras variables (Ato and Vallejo, 2011)

En términos generales, los mediadores y moderadores son terceras variables, cuyo propósito es mejorar una comprensión más profunda y refinada de una relación causal entre una variable independiente (variable X) y una variable dependiente (variable Y). La naturaleza causal de la mediación y la moderación a menudo se pasa por alto o simplemente se malinterpreta, lo que lleva a una mala aplicación e interpretación en gran parte de la investigación aplicada (Wu and Zumbo, 2007).

Mediadoras

La mediación es un modelo causal (Fabrigar and Wegener, 2000), que explica el proceso de ¿por qué? y ¿cómo? ocurre una causa y efecto. Por lo tanto, un análisis mediacional intenta identificar el proceso intermediario que lleva de la variable independiente (variable X) a la variable dependiente (variable Y). En otras palabras, en un modelo mediacional simple, se presume que la variable independiente causa al mediador y, a su vez, el mediador causa la variable dependiente. Por esta razón, un efecto

de mediación también se denomina efecto indirecto, efecto sustituto, efecto intermedio o efecto de intervención (Frazier et al., 2004).

Linda Collins (2010) proporcionó una analogía vívida para el efecto de mediación. Describió el proceso de mediación como una línea de fichas de dominó y al derribar la primera ficha de dominó se inicia una secuencia en la que el resto de las fichas de dominó se derriban una tras otra. También proporcionaron un ejemplo para un modelo de mediación en el que se supone que un programa de prevención del abuso de drogas (es decir, variable independiente; tratamiento o control) afecta la resistencia de un participante a las drogas (es decir, mediador) y, a su vez, la resistencia al uso de drogas afecta el resultado de una oferta de medicamentos (es decir, variable dependiente; aceptación o rechazo).

Si en el modelo no se introduce ninguna tercera variable en la relación $X \rightarrow Y$, su efecto causal se obtiene estimando el coeficiente c de un modelo de regresión simple, como se muestra en el diagrama de ruta (A) de la Figura 5.3. En ocasiones, el efecto causal de X sobre Y puede ser mediado por alguna variable (o proceso) Z si ésta se inserta entre X e Y originando la cadena causal $X \rightarrow Z \rightarrow Y$. El modelo resultante se denomina modelo de mediación simple, donde Z juega el papel de variable mediadora, si $c' = 0$ entonces puede existir mediación completa (B); en cambio, si $c' < c$, puede tratarse de mediación parcial (C). Los diagramas que corresponden a los modelos (B) y (C) de la Figura 5.4 representan esta situación (Ato and Vallejo, 2011).

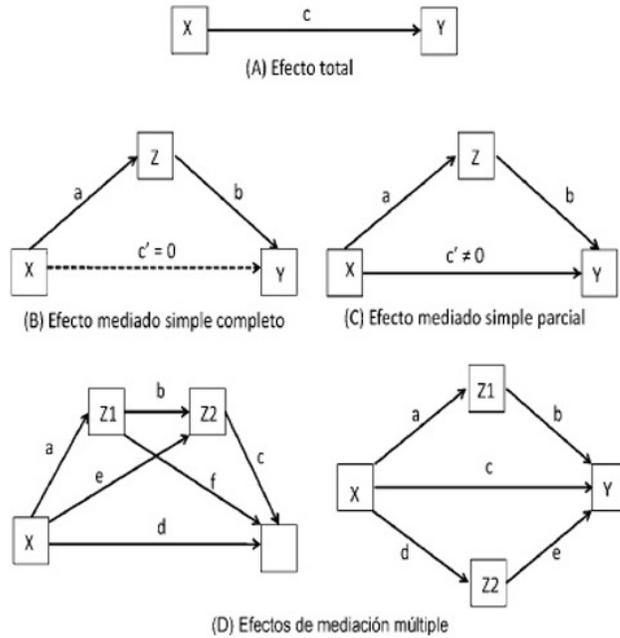


Figura 5.4: Efectos de mediación simple (modelos B y C) y múltiple (modelo D) (Ato and Vallejo, 2011)

El efecto causal $X \rightarrow Y$ es ahora el coeficiente c' y los efectos causales $X \rightarrow Z$ y $Z \rightarrow Y$ son respectivamente los coeficientes a y b . La generalización de este modelo con dos o más mediadores simultáneos conduce al modelo de mediación múltiple. Dos de las diferentes formas que puede adoptar este modelo se representan en el diagrama (D), el de la izquierda utilizando mediadores intermedios, y el de la derecha mediadores simultáneos específicos, donde $Z1$ y $Z2$ son sendas variables mediadoras. El modelo mediacional simple de los diagramas (B) y (C) implica por tanto la estimación de las ecuaciones de regresión (Ato and Vallejo, 2011):

$$Y = o_1 + cX + e_1 \quad (5.20)$$

$$Z = o_2 + aX + e_2 \quad (5.21)$$

$$Y = o_3 + c'X + bZ + e_3 \quad (5.22)$$

Donde o_1, o_2, o_3 son los respectivos puntos de origen o intercepción y e_1, e_2, e_3 representan los residuos no explicados de las tres ecuaciones. El coeficiente c en la ecuación 5.21 se llama efecto total o efecto no mediado mientras que c' de la ecuación 5.22 se

llama efecto directo porque no es mediado por ninguna otra variable del modelo. La relación causal mediada la forman los coeficientes a de la ecuación 5.22 y b de la ecuación 5.23, y su producto ($a * b$) se denomina efecto indirecto o efecto mediado, que es igual a la diferencia entre el efecto total y el efecto directo ($c - c'$). El análisis mediacional implica que el efecto total (c) se descompone en un efecto directo (c') más un efecto indirecto ($a * b$) cuyas magnitudes dependen del grado en que X afecta a Z (coeficiente a) y Z afecta a Y controlando X (coeficiente b), efecto total = efecto directo + efecto indirecto, en su ecuación $c = c' + a * b$ (Ato and Vallejo, 2011). Esta igualdad sólo se cumple cuando el modelo de análisis empleado para estimar los parámetros de las ecuaciones 5.21 - 5.23 es regresión lineal múltiple, pero no cuando se emplean otros modelos de análisis no lineales (Iacobucci, 2008).

Para el análisis de mediación, se utilizan 3 métodos (Zhang and Wang, 2017):

1. Método de Baron y Kenny: Baron y Kenny (1986) esbozaron un procedimiento de 4 pasos para determinar si existe un efecto de mediación.
 - a) Muestre que X está correlacionado con Y . Haga una regresión de Y sobre X para estimar y probar la ruta c . Este paso establece que hay un efecto que puede ser mediado.
 - b) Muestre que X está correlacionado con Z . Haga una regresión de Z sobre X para estimar y probar la ruta a . Este paso consiste esencialmente en tratar al mediador como si fuera una variable de resultado.
 - c) Muestre que Z afecta a Y . Haga una regresión de Y tanto en X como en Z para estimar y probar la ruta b . Tenga en cuenta que no es suficiente solo correlacionar el mediador con el resultado; el mediador y el resultado pueden estar correlacionados porque ambos son causados por la variable de entrada X . Por lo tanto, la variable de entrada X debe controlarse al establecer el efecto del mediador en el resultado.
 - d) Para establecer que Z media completamente la relación X - Y , el efecto de X sobre Y controlando por Z (ruta c') debe ser cero. Los efectos en los pasos c)

y d) se estiman en la misma ecuación.

Si se cumplen estos cuatro pasos, entonces los datos son consistentes con la hipótesis de que la variable Z media completamente la relación X-Y, y si se cumplen los primeros tres pasos pero no el paso d), entonces se indica una mediación parcial.

2. Prueba de Sobel: es común y muy recomendable realizar una sola prueba de ab , que las dos pruebas separadas de a y b . La prueba fue propuesta por primera vez por Sobel (1982) y, por lo tanto, también se denomina prueba de Sobel. La estimación del error estándar de \hat{a} se denota como $s_{\hat{a}}$ y la estimación del error estándar de \hat{b} se denota como $s_{\hat{b}}$. La prueba de Sobel utilizó la siguiente estimación del error estándar de $\hat{a}\hat{b}$:

$$\sqrt{\hat{b}^2 s_{\hat{a}}^2 + \hat{a}^2 s_{\hat{b}}^2}$$

La prueba del efecto indirecto se obtiene dividiendo $\hat{a}\hat{b}$ por la estimación del error estándar anterior y tratando la relación como una prueba Z:

$$z - score = \frac{\hat{a}\hat{b}}{\sqrt{\hat{b}^2 s_{\hat{a}}^2 + \hat{a}^2 s_{\hat{b}}^2}}$$

Si un puntaje Z es superior a 1,96 en valor absoluto, el efecto de mediación es significativo al nivel de 0,05. La prueba de Sobel supone que $\hat{a}\hat{b}$ tiene una distribución normal y podría no funcionar bien para tamaños de muestra pequeños.

3. Bootstrapping para análisis de mediación: este método fue empleado por primera vez en el análisis de mediación por Bollen y Stine (1982). Este método no tiene suposición de distribución sobre el efecto indirecto $\hat{a}\hat{b}$. En su lugar, aproxima la distribución de $\hat{a}\hat{b}$ utilizando su distribución bootstrap. Se considera que el método de arranque es más apropiado para estudios con tamaños de muestra

de 20 a 80 que los métodos de muestra única.

El método funciona de la siguiente manera: utilizando el conjunto de datos original (tamaño de la muestra = n) como población, se extrae una muestra de arranque de n individuos con puntajes emparejados (Y, X, Z) al azar del conjunto de datos con reemplazo. A partir de la muestra de arranque, estime ab a través de algún método como mínimos cuadrados ordinarios (OLS) basado en un conjunto de modelos de regresión. Repita los dos pasos para un total de B veces. B se llama el número de arranques. La distribución empírica basada en este procedimiento bootstrap puede verse como la distribución de $\hat{a}\hat{b}$. El intervalo de confianza $(1 - \alpha) * 100\%$ de ab puede construirse utilizando los percentiles $\alpha/2$ y $1 - \alpha/2$ de la distribución empírica.

Moderadoras

Un efecto de moderación es un modelo causal que postula ¿cuándo? o ¿para quién? una variable independiente causa con mayor fuerza o debilidad una variable dependiente. En esencia, un moderador modifica la fuerza o la dirección es decir, positiva o negativa de una relación causal. Una analogía simple para un moderador es un atenuador que ajusta la fuerza de un interruptor en la iluminación (Frazier et al., 2004).

Quizás el efecto de moderación se conoce más comúnmente como el término estadístico efecto de interacción, donde la fuerza o dirección del efecto de una variable independiente sobre la variable dependiente depende del nivel (por ejemplo masculino o femenino), o del valor (por ejemplo actitud) de la otra variable independiente (Wu and Zumbo, 2007).

Como sucede con la mediación, también se distingue entre efecto de moderación completo (cuando para un nivel o rango de valores de la variable moderadora el efecto causal de X sobre Y es cero) y efecto de moderación parcial (cuando el efecto se reduce considerablemente pero no es nulo) (Ato and Vallejo, 2011). La estimación del efecto de una variable moderadora Z sobre la relación $X \rightarrow Y$ implica una ecuación de re-

gresión múltiple que, además de los predictores X y Z, incluye también la interacción $X * Z$.

$$Y = o_4 + aX + bZ + cXZ + e_4 \quad (5.23)$$

Donde el término XZ es sencillamente el producto de las variables X y Z, el coeficiente c mide el efecto de moderación y el coeficiente a es el efecto simple de X cuando $Z = 0$. Una modificación de los términos de la ecuación 5.24 conduce al modelo:

$$Y = (o_4 + bZ) + (a + cZ)X + e_4 \quad (5.24)$$

Donde el primer paréntesis corresponde a la intercepción y el segundo a la pendiente de regresión de Y sobre X para valores particulares de Z. Esta forma de análisis de regresión se llama regresión múltiple moderadora porque incluye el efecto moderador de Z. Si no hay anomalías, el rechazo de la hipótesis de que $c = 0$ permite concluir que existe un efecto moderador de Z sobre la relación $X \rightarrow Y$.

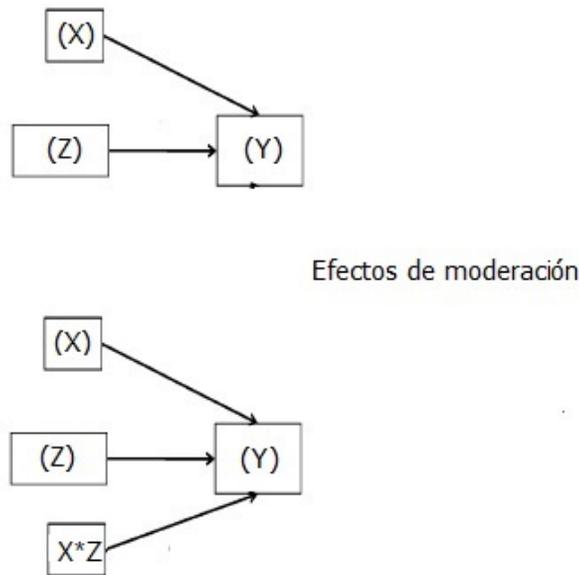


Figura 5.5: Efectos de moderación (Aguinis, 2003)

La lógica que se sigue para probar la significancia de un efecto de moderación con enfoque SEM es similar a la del efecto de mediación. Si la variable moderadora es una

variable categórica dicotómica, la prueba del efecto de moderación implica comparar dos modelos: un modelo no restringido (prueba $c \neq 0$) y un modelo restringido (con la restricción de igualdad $c = 0$). El efecto de la restricción es el test de la interacción $X * Z$, utilizando ajuste condicional de modelos y la prueba de la razón de verosimilitudes. La prueba es más compleja cuando la variable moderadora es una variable numérica (Holmbeck, 1997).

Una situación especial cabe también contemplar cuando una cuarta variable (W) actúa como variable moderadora en un modelo de mediación o como mediadora en un modelo de moderación. El resultado son los modelos de mediación moderada y de moderación mediada respectivamente, donde hay al menos 4 variables: un predictor (X), una respuesta (Y), un mediador y un moderador (Ato and Vallejo, 2011).

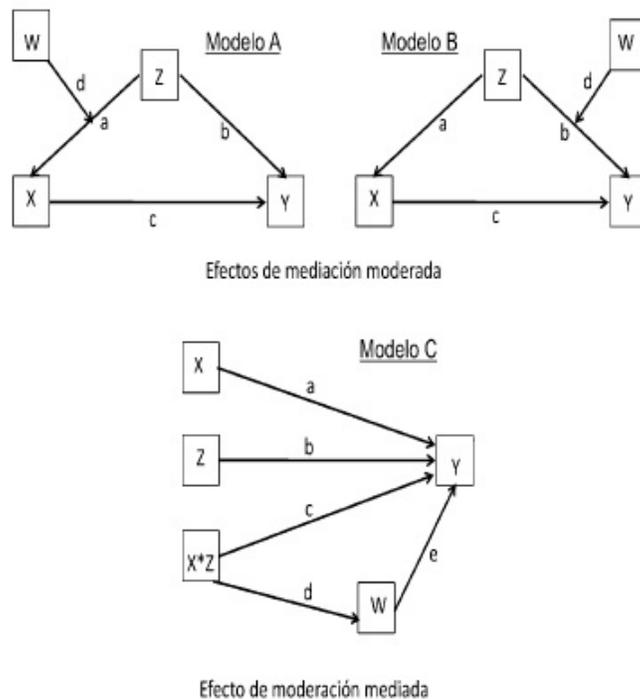


Figura 5.6: Modelos de mediación moderada y de moderación mediada (Ato and Vallejo, 2011)

En un modelo de mediación moderada, el proceso de mediación $X \rightarrow Z \rightarrow Y$ de-

pende del valor de la variable moderadora. Los diagramas (A) y (B) de la Figura 5.6 muestran dos modelos de mediación simple, donde se ha insertado una variable W que en el modelo (A) modera la relación entre X y Z mientras que en el modelo (B) modera la relación entre Z e Y. En ambos, Z es una tercera variable primaria, y por lo tanto se trata básicamente de un modelo de mediación, mientras que W es una tercera variable secundaria, y por esta razón cada uno ellos representan un modelo de mediación moderado. En un modelo de moderación mediada, el proceso de moderación resulta mediado por una variable W. El diagrama (C) representa un modelo de moderación básico, sobre el que se ha insertado un modelo de mediación. Es imprescindible que $c \neq 0$ para que pueda probarse el efecto de mediación (Ato and Vallejo, 2011).

5.2.5. Métodos de estimación

La etapa de estimación deriva de la relación entre la matriz de covarianzas de las variables observadas y los parámetros del modelo. Los métodos de estimación más usados en SEM son máxima verosimilitud (MEL), mínimos cuadrados ordinarios (OLS), y mínimos cuadrados generalizados (GLS) o mínimos cuadrados ponderados (WLS).

Máxima verosimilitud

La estimación por máxima verosimilitud para análisis factorial confirmatorio y ecuaciones estructurales se discutió en la sección 5.1.2.

Método de mínimos cuadrados ordinarios (Ordinary Least Squares, OLS)

Utiliza como función de ajuste la función:

$$F_{OLS} = \frac{1}{2} tr[(S - \Sigma(\theta))^2] \quad (5.25)$$

Equivale a minimizar un medio de la suma de cuadrados de los residuos. A diferencia del método de mínimos cuadrados utilizado en regresión, aquí los residuos se refieren a las matrices de covarianzas y no a los individuos. Este método de ajuste

da lugar a estimaciones consistentes de θ , sin necesidad de asumir la normal multivariada de las variables, siempre que los parámetros de θ estén identificados (Díaz, 2008).

Método de mínimos cuadrados generalizados (Generalized Least Squares, GLS)

Pondera la función de ajuste por los inversos de las varianzas y covarianzas de las variables. Su función de ajuste es:

$$F_{GLS} = \frac{1}{2} tr[(S - \Sigma(\theta)W^{-1})^2] \quad (5.26)$$

Donde la matriz W es una matriz de constantes o cualquier matriz positiva definida. La elección más habitual es $W^{-1} = S^{-1}$. Cuando $W^{-1} = I$, F_{OLS} es un caso particular de F_{GLS} . Este método de ajuste es preferible cuando la distribución de las variables observadas se desvía de la normalidad. Este método es invariante respecto a la escala y da lugar a estimaciones consistentes de distribución normal multivariada con covarianzas conocidas, lo que permite realizar contrastes estadísticos sobre los valores de los parámetros. En algunos casos la estimación de los errores típicos de estimación puede ser inadecuada y el estadístico de bondad de ajuste global puede ser inapropiado. Esto es debido a que la matriz de varianza-covarianza asintótica de los estimadores es de difícil obtención y, caso de encontrarnos distribuciones anómalas, la derivación de los errores típicos puede ser incorrecta. (Díaz, 2008).

5.2.6. Validación del modelo

Campbell y Fiske (1959) señalan que los errores introducidos por los métodos y las herramientas podrían contaminar los resultados analíticos. La razón para centrar la atención en este tema es que las conclusiones del investigador están en riesgo ya que las conclusiones sobre las relaciones del modelo pueden ser erróneas, es decir, el error es demasiado grande para que las relaciones sean válidas. Por ejemplo, las correlaciones sistemáticas introducen una explicación alternativa para las correlaciones

observadas entre medidas. Además, los errores del instrumento o método de medición pueden tener elementos tanto aleatorios como sistemáticos (Eichhorn, 2014).

Método común de la varianza

El método común de la Varianza CMV (common method variance) se produce cuando la técnica de medición introduce la varianza sistemática en las medidas. De manera similar, Richardson, Simmering y Sturman (2009) definieron CMV como la varianza del error sistemático que se comparte entre las variables que se miden con la misma fuente o método. Esta varianza del error sistemático puede causar un sesgo de método común y también puede sesgar las relaciones estimadas entre variables o medidas (Eichhorn, 2014).

El método común puede considerarse como una tercera variable que impacta la relación estimada entre las variables de manera sistemática. El sesgo del método general o el sesgo de la misma fuente puede surgir al utilizar medidas de autoinforme de la misma muestra durante una encuesta. Este método general de sesgo o misma fuente se conoce como Common Method Variance (CMV) representa la cantidad de correlación espuria entre las variables que pueden generarse al utilizar el mismo (es decir, encuesta) para medir cada variable (Tehseen et al., 2017). Por otra parte, la CMV amenaza la validez de las conclusiones sobre la asociación de los constructos y crea el sesgo sistemático en un estudio. El CMV ha sido referido a la varianza del método de medición en lugar de a la varianza de los constructos que está representado por las medidas (Podsakoff et al., 2003).

Dos enfoques principales que se pueden utilizar para controlar los sesgos del método. El primer enfoque para minimizar la influencia de los sesgos del método es mediante un procedimiento de diseño cuidadoso del estudio y el segundo enfoque es usar remedios estadísticos para controlar el impacto del sesgo del método común después de la recopilación de datos. Se sugiere que los remedios procesales utilicen la recolección previa de datos; por otro lado, se proponen remedios estadísticos para aplicarlos

después de la recolección de datos antes y después de analizar los datos. Los sesgos del método pueden tener un impacto significativo en la confiabilidad, la validez de los elementos y también en la covariación entre las construcciones latentes (Tehseen et al., 2017).

Los remedios estadísticos más comunes o más recomendados que puede utilizarse antes o después del análisis de datos son los siguientes:

1. Prueba de factor único de Harman: esta primera técnica (Harman, 1960) utiliza un análisis factorial exploratorio donde todas las variables se cargan en un solo factor y se restringen para que no haya rotación (Podsakoff et al., 2003). Este nuevo factor normalmente no está en el modelo del investigador; se introduce únicamente para este análisis y luego se descarta. Si el factor latente común recién introducido explica más del 50% de la varianza, entonces puede haber un sesgo del método común (Chin et al., 2012).
2. Procedimientos de correlación parcial: Lindell y Whitney (2001) introdujeron una técnica de correlación parcial, ahora conocida como técnica de la variable de marcador de método común (Common method marker variable), para controlar la varianza del método usando una variable marcadora que teóricamente no está relacionada con las variables latentes en un estudio. Se destacan diferentes variaciones de los procedimientos de correlación parcial para controlar la influencia del CMV: (i) parcialización fuera del factor general, (ii) eliminación parcial de una variable marcadora, (iii) eliminación parcial de una variable “marcador”, las técnicas son similares, ya que utilizan una medida de la fuente de varianza del método. (Podsakoff et al., 2003).
3. Procedimiento de matriz de correlación: Bagozzi (2012) ha descrito el método para evaluar el impacto de CMV a través de correlaciones de variables latentes. El sesgo del método común será evidente cuando se encuentra una correlación sustancialmente grande entre los constructos principales es decir mayor a 0,9,

sin embargo, el CMV no será un problema en ningún estudio si la correlación entre los constructos es inferior a 0,9 (Bagozzi et al., 2012).

4. Measured Latent Marker Variable (MLMV): este enfoque puede evaluar el impacto de CMV en las rutas estructurales. Para llevar a cabo este proceso, se requiere recopilar múltiples medidas no relacionadas al mismo tiempo que se recopila datos relacionados con el modelo de investigación principal. Utilizando indicadores de variables manifiestas del modelo de investigación principal para estimar la influencia de los CMV. Una vez que se recopila un conjunto razonable de elementos de MLMV, se pueden considerar dos métodos para minimizar el efecto de CMV: el método corrección del nivel de construcción (CLC), o el método de corrección a nivel de ítem (ILC) (Chin et al., 2012).

Heterotrait-Monotrait Ratio of Correlations (HTMT)

Henseler, Ringle y Sarstedt (2015) proponen un enfoque alternativo, basado en la matriz multirrasgo-multimétodo, para evaluar la validez discriminante. Si no se establece la validez discriminante, los constructos tienen una influencia en la variación de algo más que las variables observadas con las que están teóricamente relacionados y, como consecuencia, los investigadores no pueden estar seguros de que los resultados que confirman las trayectorias estructurales hipotéticas son correctas, reales o si son el resultado de discrepancias estadísticas.

La Heterotrait-Monotrait Ratio of Correlations por sus siglas en inglés (HTMT), que es el promedio de las correlaciones heterorrasgo-heterométrodo, es decir, las correlaciones de indicadores entre constructos que miden diferentes fenómenos, en relación con el promedio de las correlaciones heterotrait-monotrait, es decir, las correlaciones de indicadores dentro del mismo constructo. Como hay dos submatrices monorrasgo-heterométrodo, se toma la media geométrica de sus correlaciones promedio. En consecuencia, el HTMT de los constructos ξ_i y ξ_j con los indicadores K_i y K_j , respectivamente, se puede formular de la siguiente manera:

$$HTMT_{ij} = \frac{\frac{1}{K_i K_j} \sum_{g=1}^{K_i} \sum_{h=i}^{K_j} r_{ig.ih}}{\left(\frac{2}{K_i(K_i-1)} \cdot \sum_{g=1}^{K_i-1} \sum_{h=g+1}^{K_i} r_{ig.ih} \cdot \frac{2}{K_j(K_j-1)} \cdot \sum_{g=1}^{K_j-1} \sum_{h=g+1}^{K_j} r_{ig.ih} \right)^{\frac{1}{2}}}$$

Debido a que el HTMT es una estimación de la correlación entre los constructos ξ_i y ξ_j , su interpretación es directa. Hay dos formas de usar el HTMT para evaluar la validez discriminante (Henseler et al., 2015):

1. HTMT como criterio, implica compararlo con un umbral predefinido. Si el valor del HTMT es superior a este umbral, se puede concluir que hay una falta de validez discriminante. El nivel de umbral exacto del HTMT es discutible; se sugiere un umbral de 0,85 o uno de 0,90.
2. HTMT puede servir como la base de una prueba estadística de validez discriminante. Para contrastar la hipótesis nula ($H_0 : HTMT > 1$) frente a la hipótesis alternativa ($H_1 : HTMT < 1$). Un intervalo de confianza que contiene el valor uno (es decir, H_0 se cumple) indica una falta de validez discriminante. Por el contrario, si el valor uno cae fuera del rango del intervalo, esto sugiere que las dos construcciones son empíricamente distintas.

5.3. Resultados

Para la estimación de los modelos de análisis factorial exploratorio, confirmatorio y ecuaciones estructurales se utilizarán datos provenientes del TERCE (UNESCO, 2019), con los datos correspondientes a Honduras. Toda la información de las cuatro bases de datos se procesó con el paquete estadístico R (Team, 2020) con la librería Lavaan (Rosseel, 2012).

5.3.1. Análisis factorial exploratorio

Permite determinar el número adecuado de factores comunes y descubrir cuáles variables de medición son indicadores razonables de las diversas dimensiones latentes. Este tipo de análisis no requiere de una base teórica previa ni de un modelo nulo a evaluar, sino que todas las variables son analizadas a la vez en todas las variables latentes (Arauz, 2020). Pero si es necesario confirmar que la muestra es válida para realizar un análisis factorial.

5.3.2. Análisis de los datos

Se aplicó la prueba de Bartlett, para probar la hipótesis nula que afirma que las variables no están correlacionadas en la población y que los valores pequeños (menores que 0,05) del nivel de significancia indican que un análisis factorial puede ser útil con los datos. Para el caso de la base de datos español tercer grado se obtuvo un valor de $2,282038e - 49$, en el caso de la base de datos matemática tercer grado se obtuvo un valor de $7,676066e - 50$ el resultado del p_{valor} indicó que un análisis factorial puede ser útil en ambos casos ya que es menor que 0,05.

La otra prueba que se aplicó es el criterio de Kaiser-Meyer-Olkin, es una medida que permite observar qué tan adecuados son los datos para el análisis factorial, el resultado para la base de datos español tercer grado fue de 0,87 y para matemática tercer grado el resultado fue de 0,88 lo que indicó que se puede continuar con el análisis factorial.

Para la prueba de Bartlett el caso de la base de datos español sexto grado se obtuvo un valor de $2,684793e - 35$ y para matemática sexto grado un valor de $2,522e - 29$ el resultado del p_{valor} indicó que un análisis factorial puede ser útil con los datos ya que es menor que 0,05. Y para el criterio de Kaiser-Meyer-Olkin, el resultado para la base de datos español sexto grado fue de 0,88, para matemática sexto grado se obtuvo un valor de 0,86 lo que indicó que se puede continuar con el análisis factorial.

Determinar el número de factores

Se utilizaron 2 métodos: análisis del Scree Plot (análisis de pantalla) y análisis paralelo. Se inició con la base de datos español tercer grado obteniendo los siguientes resultados:

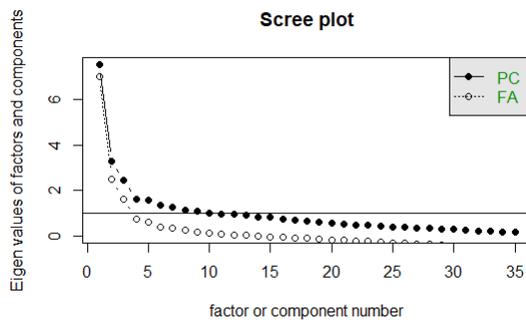


Figura 5.7: Análisis Scree Plot español tercer grado

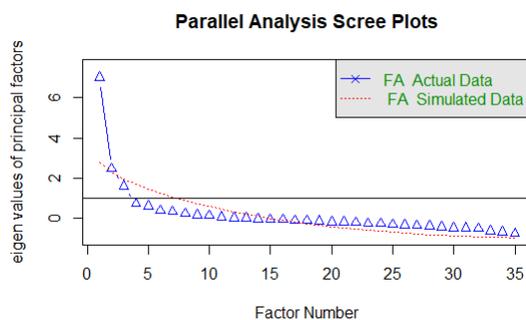


Figura 5.8: Análisis paralelo español tercer grado

Se puede observar en las figuras 5.7 y 5.8 que tanto el análisis de scree plot y paralelo sugieren utilizar dos factores nada más, se obtuvo el mismo resultado para matemática tercer grado. Para español y matemática sexto grado indicó 4 factores.

Para todas las bases de datos se realizó el análisis factorial exploratorio, con el método de rotación Varimax, que es un método de rotación ortogonal que minimiza el número de variables que tienen saturaciones altas en cada factor. Simplifica la

interpretación de los factores, así como el método de máxima verosimilitud para la extracción de factores y para ayudar a la interpretación se realizó un gráfico de árbol.

Base de datos español tercer grado

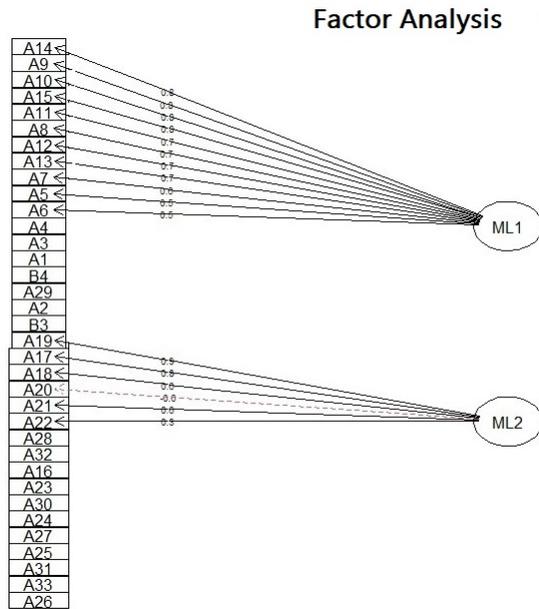


Figura 5.9: Gráficos de árbol de dos factores de español tercer grado

Se puede observar que con dos factores, estos quedan muy cargados, así que se realizará una segunda prueba con 4 factores.

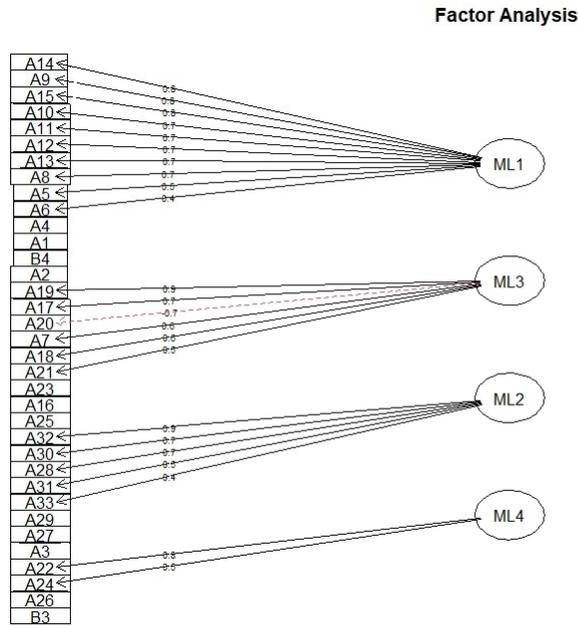


Figura 5.10: Gráficos de árbol de cuatro factores de español tercer grado

Se puede observar en la figura 5.10, el cuarto factor tiene solo dos cargas, por lo tanto, esto probablemente representa una sobre extracción, se realizó una prueba con 3 factores.

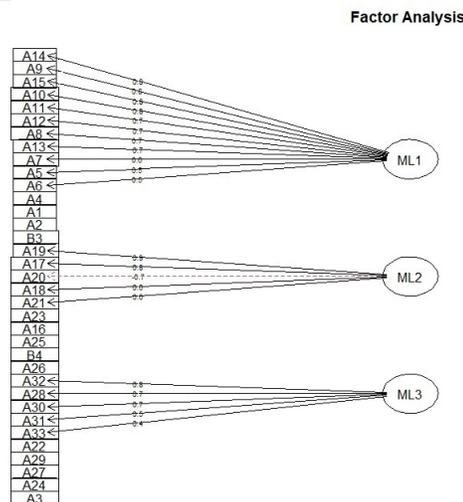


Figura 5.11: Gráficos de árbol de tres factores de español tercer grado

La solución de tres factores es más interpretable; ahora están menos cargados los

factores, los cuales pueden ser interpretados como:

Tabla 5.1: Pesos factoriales de las variables español tercer grado.

variable	Nombre de las variables	Factor 1	Factor 2	Factor 3
A5	Nivel educativo de los padres	0,517		
A6	Ingresos en el hogar	0,452		
A7	Servicios con los que cuenta el hogar	0,600		
A8	Bienes con los que cuenta el hogar	0,700		
A9	Alimentación en el hogar	0,782		
A10	Servicios con los que cuenta la comunidad	0,751		
A11	Clima negativo del barrio o comunidad hogar	0,735		
A12	Clima positivo del barrio o comunidad hogar	0,705		
A13	Gusto por la lectura	0,699		
A14	Supervisión de estudios en el hogar	0,811		
A15	Comunicación con la escuela	0,759		
A17	Instalaciones en la escuela		0,757	
A18	Infraestructura del aula		0,633	
A19	Servicios básicos de la escuela		0,888	
A20	Disponibilidad de libros y materiales en la escuela según el director		0,663	
A21	Programas escolares adicionales		0,584	
A28	Ambiente laboral según el docente			0,721
A30	Clima del aula según el docente			0,687
A31	Gestión directiva interna según el docente			0,538
A32	Acompañamiento docente			0,841
A33	Monitoreo de las practicas docentes			0,409

Base de datos matemática tercer grado

Al sugerir el análisis de scree plot y paralelo utilizar dos factores, se realizó un gráfico de árbol con diferentes factores (2, 4 y 3) y la solución de tres factores es más interpretable; ya que están menos cargados los factores, los cuales pueden ser interpretados como:

Tabla 5.2: Pesos factoriales de las variables matemática tercer grado.

variable	Nombre de las variables	Factor 1	Factor 2	Factor 3
A5	Nivel educativo de los padres	0,614		
A6	Ingresos en el hogar	0,515		
A7	Servicios con los que cuenta el hogar	0,656		
A8	Bienes con los que cuenta el hogar	0,755		
A9	Alimentación en el hogar	0,810		
A10	Servicios con los que cuenta la comunidad	0,781		
A11	Clima negativo del barrio o comunidad hogar	0,738		
A12	Clima positivo del barrio o comunidad hogar	0,710		
A13	Gusto por la lectura	0,698		
A14	Supervisión de estudios en el hogar	0,831		
A15	Comunicación con la escuela	0,771		
A17	Instalaciones en la escuela		0,760	
A18	Infraestructura del aula		0,628	
A19	Servicios básicos de la escuela		0,869	
A20	Disponibilidad de libros y materiales en la escuela según el director		-0,648	
A21	Programas escolares adicionales		0,586	
A28	Ambiente laboral según el docente			0,747
A30	Clima del aula según el docente			0,678
A31	Gestión directiva interna según el docente			0,610
A32	Acompañamiento docente			0,798

Por lo tanto, la hipótesis de partida es que existen tres constructos latentes no observables que dan buena explicación de las variables de dichos factores latentes en el rendimiento de español y matemática tercer grado. Estas variables latentes serán las siguientes:

1. Entorno familiar y comunidad: refleja las condiciones económicas de la familia, el seguimiento en casa de las asignaciones escolares, las condiciones y ambiente en la comunidad.
2. Gestión: esta relacionada con la gestión de los directivos para tener unas mejores condiciones en la escuela.
3. Desempeño: relaciona el desempeño del docente, así como las condiciones del aula.

Las variables que no se relacionaron con ningún factor latente en los datos de tercer grado como ser: género, edad, disponibilidad de libros y materiales en la escuela

según el estudiante, trabajo infantil, clima en el aula escolar, prácticas de recreación, el director cuenta con dos trabajos, evaluación de desempeño docente, preparación docente, actualización docente y técnicas de evaluación, fueron quitadas de los modelos.

Base de datos español y matemática sexto grado

Al sugerir el análisis de scree plot y paralelo utilizar 4 factores, se realizó un gráfico de árbol con diferentes factores (3, 4 y 5) y la solución de cuatro factores es más interpretable; ya que los factores están distribuidos más equitativos. Los resultados se muestran en la tabla 5.3 y 5.4 respectivamente.

Por lo tanto, la hipótesis de partida es que existen cuatro constructos latentes no observables que dan buena explicación de las variables de dichos factores latentes en el rendimiento de español y matemática sexto grado. Estas variables latentes serán las siguientes:

1. Desempeño docente: relaciona el desempeño del docente, así como la satisfacción laboral, la gestión del director desde el punto de vista del docente.
2. Ambiente en el salón de clases: relaciona el clima del aula escolar (hostilidad, liderazgo, puntualidad, actitud), las metodologías que utiliza el docente, así como las prácticas de recreación.
3. Servicios básicos hogar y escuela: está relacionada con todos los servicios básicos de la escuela, así como del hogar.
4. Entorno escuela y comunidad: refleja las condiciones de la escuela, de la comunidad, y las condiciones económicas de la familia, así como el seguimiento en casa de las asignaciones escolares, y la comunicación con la escuela por parte de los padres.

Tabla 5.3: Pesos factoriales de las variables español sexto grado.

variable	Nombre de las variables	Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4
A32	Satisfacción laboral según el director	0,423			
A36	Técnicas de evaluación	0,432			
A37	Ambiente laboral según el docente	0,843			
A38	Clima del aula según el docente	0,722			
A39	Acompañamiento docente	0,958			
A40	Gestión directiva interna según el docente	0,888			
A41	Monitoreo de las prácticas docentes	0,705			
A4	Clima en el salón de clases		0,617		
A5	Puntualidad del docente		0,648		
A6	Actitud del docente en el salón de clases		0,869		
A7	Preparación docente en la materia		0,888		
A8	Metodología docente		0,885		
A9	Liderazgo en el salón de clases		0,835		
A10	Hostilidad en el salón de clases		0,396		
A11	Razón por la que lee el niño		0,433		
A12	Prácticas de recreación		0,414		
A16	Uso del computador en el tiempo libre		0,431		
A1	Nivel educativo de los padres			0,399	
A2	Servicios con los que cuenta el hogar			0,683	
A3	Bienes con los que cuenta el hogar			0,702	
A15	Acceso a internet			0,352	
A18	Ingresos en el hogar			0,371	
A28	Infraestructura del aula			0,620	
A29	Servicios básicos de la escuela			0,862	
A30	Programas escolares adicionales			0,550	
A33	Evaluación desempeño docente			0,405	
A19	Alimentación en el hogar				0,637
A20	Servicios con los que cuenta la comunidad				0,480
A21	Clima negativo del barrio o comunidad				0,553
A22	Clima positivo del barrio o comunidad				0,623
A23	Gusto por la lectura				0,594
A24	Asistencia al centro educativo				0,431
A25	Supervisión de estudios en el hogar				0,802
A26	Comunicación con la escuela				0,748

Tabla 5.4: Pesos factoriales de las variables matemática sexto grado.

variable	Nombre de las variables	Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4
A31	Satisfacción laboral según el director	0,361			
A35	Técnicas de evaluación	0,322			
A36	Ambiente laboral según el docente	0,780			
A37	Clima del aula según el docente	0,668			
A38	Acompañamiento docente	0,963			
A39	Gestión directiva interna según el docente	0,862			
A40	Monitoreo de las practicas docentes	0,665			
A4	Clima en el salón de clases		0,591		
A5	Puntualidad del docente		0,647		
A6	Actitud del docente en el salón de clases		0,866		
A7	Preparación docente en la materia		0,919		
A8	Metodología docente		0,888		
A9	Liderazgo en el salón de clases		0,842		
A10	Hostilidad en el salón de clases		0,375		
A11	Razón por la que lee el niño		0,423		
A12	Prácticas de recreación		0,407		
A16	Uso del computador en el tiempo libre		0,432		
A1	Nivel educativo de los padres			0,368	
A2	Servicios con los que cuenta el hogar			0,664	
A3	Bienes con los que cuenta el hogar			0,691	
A17	Nivel educativo de los padres			0,478	
A18	Ingresos en el hogar			0,379	
A27	Instalaciones en la escuela			0,474	
A28	Infraestructura del aula			0,547	
A29	Servicios básicos de la escuela			0,801	
A19	Alimentación en el hogar				0,609
A20	Servicios con los que cuenta la comunidad				0,456
A21	Clima negativo del barrio o comunidad				0,662
A22	Clima positivo del barrio o comunidad				0,628
A23	Gusto por la lectura				0,585
A24	Asistencia al centro educativo				0,412
A25	Supervisión de estudios en el hogar				0,784
A26	Comunicación con la escuela				0,740

Las variables que no se relacionaron con ningún factor latente en los datos de sexto grado como ser: género, edad, trabajo infantil, uso del computador, instalaciones en la

escuela, gestión directiva interna, preparación docente y actualización docente, fueron quitadas de los modelos.

5.3.3. Análisis factorial confirmatorio

Para el caso del análisis factorial confirmatorio español tercer grado, el modelo de medición a estimar es el que se muestra en la figura 5.11.

Primero se verificó si los datos siguen una distribución normal multivariada para ello se utilizó el test de Mardia (Mardia, 1970), obteniendo los siguientes resultados:

Tabla 5.5: Test de Mardia español tercer grado

Test	Statistic	p value	Result
Mardia Skewness	92356,759	0,000	NO
Mardia Kurtosis	66,325	0,000	NO
MVN	-	-	NO

Tabla 5.6: Test de Mardia matemática tercer grado

Test	Statistic	p value	Result
Mardia Skewness	101845,770	0,000	NO
Mardia Kurtosis	77,746	0,000	NO
MVN	-	-	NO

Tabla 5.7: Test de Mardia español sexto grado

Test	Statistic	p value	Result
Mardia Skewness	101377,103	0,000	NO
Mardia Kurtosis	97,922	0,000	NO
MVN	-	-	NO

Tabla 5.8: Test de Mardia matemática sexto grado

Test	Statistic	p value	Result
Mardia Skewness	80710,134	0,000	NO
Mardia Kurtosis	86,323	0,000	NO
MVN	-	-	NO

Los datos no siguen una distribución normal multivariada ya que las estadísticas de asimetría como de curtosis deben ser superiores a 0,05. Una estrategia alternativa es utilizar la máxima verosimilitud (MLE) para estimar los parámetros del modelo, incluso si se sabe que los datos no son normales. En este caso, las estimaciones de los parámetros aún son consistentes, si el modelo se identifica y especifica correctamente (Rosseeel, 2012).

Especificación de modelo

Se especificó el modelo (estructura factorial) indicando que variables forman los factores (variables latentes) y la relación que hay entre los mismos.

Español tercer grado

$$entornoFYC = \sim A5 + A6 + A7 + A8 + A9 + A10 + A11 + A12 + A13 + A14 + A15$$

$$gestión = \sim A17 + A19 + A20 + A21$$

$$desempeño = \sim A28 + A29 + A30 + A31 + A32$$

Matemática tercer grado

$$entornoFYC = \sim A5 + A6 + A7 + A8 + A9 + A10 + A11 + A12 + A13 + A14 + A15$$

$$gestión = \sim A17 + A18 + A19 + A20 + A21$$

$$desempeño = \sim A28 + A29 + A30 + A31 + A32 + A33$$

Español sexto grado

$$\text{desempeño} = \sim A32 + A36 + A37 + A38 + A39 + A40 + A41$$

$$\text{ambienteSC} = \sim A4 + A5 + A6 + A7 + A8 + A9 + A10 + A11 + A12 + A16$$

$$\text{serviciosHyE} = \sim A1 + A2 + A3 + A15 + A18 + A28 + A29 + A30 + A33$$

$$\text{entornoEyC} = \sim A17 + A19 + A20 + A21 + A22 + A23 + A24 + A25 + A26$$

Matemática sexto grado

$$\text{desempeño} = \sim A31 + A35 + A36 + A37 + A38 + A39 + A40$$

$$\text{ambienteSC} = \sim A4 + A5 + A6 + A7 + A8 + A9 + A10 + A11 + A12 + A16$$

$$\text{serviciosHyE} = \sim A1 + A2 + A3 + A17 + A18 + A27 + A28 + A29$$

$$\text{entornoEyC} = \sim A19 + A20 + A21 + A22 + A23 + A24 + A25 + A26$$

Índices de ajuste

Se verificaron los índices de ajuste más relevantes, estos índices de ajuste permitirán decidir si, el modelo tal y como se encuentra especificado guarda coherencia estadística, para español tercer grado: CFI=0,821, TLI = 0,798, RMSEA = 0,108, SRMR = 0,075. Se observa que el modelo no ajustó muy bien, así que se realizó una “reespecificación”.

Los índices de ajuste son valores que brindarán una orientación acerca de la “reespecificación” de la estructura factorial evaluada inicialmente, indicando sobre el mal funcionamiento de algunos elementos, pertenencia a otro factor o presencia de conexiones de errores. Dentro del paquete lavaan existe la función *modindices* que permite realizar el análisis de los errores, para este modelo indica una correlación de errores entre: A14 y A15; A31 y A33; A11 y A12; A5 y A6; A30 y A32; A7 y A15; A7 y A12; A8 y A15, esta correlación se agregó al modelo, quedando de la siguiente manera:

$$\text{entornoFYC} = \sim A5 + A6 + A7 + A8 + A9 + A10 + A11 + A12 + A13 + A14 + A15$$

$$\text{gestión} = \sim A17 + A19 + A20 + A21$$

$$\text{desempeño} = \sim A28 + A29 + A30 + A31 + A32$$

$$A14 \sim\sim A15$$

$$A31 \sim\sim A33$$

$$A11 \sim\sim A12$$

$$A5 \sim\sim A6$$

$$A30 \sim\sim A32$$

$$A7 \sim\sim A15$$

$$A7 \sim\sim A12$$

$$A8 \sim\sim A15$$

Se obtuvieron los siguientes resultados para los índices de ajuste más relevantes: CFI=0,921, TLI = 0,906, RMSEA = 0,072, SRMR = 0,059.

Matemática tercer grado se obtuvieron los siguientes resultados para los índices de ajuste más relevantes: CFI=0,849, TLI = 0,828, RMSEA = 0,104, SRMR = 0,070. Debido a estos resultados se realizó la siguiente “reespecificación” en el modelo.

$$\text{entornoFYC} = \sim A5 + A6 + A7 + A8 + A9 + A10 + A11 + A12 + A13 + A14 + A15$$

$$\text{gestión} = \sim A17 + A18 + A19 + A20 + A21$$

$$\text{desempeño} = \sim A28 + A29 + A30 + A31$$

A14 ~~ A15

A5 ~~ A6

A11 ~~ A12

A7 ~~ A8

A7 ~~ A15

A7 ~~ A12

A7 ~~ A14

A8 ~~ A15

A28 ~~ A31

A20 ~~ A18

Se obtuvieron los siguientes resultados para los índices de ajuste más relevantes: CFI=0,939, TLI = 0,925, RMSEA = 0,070, SRMR = 0,062. El resultado de estas pruebas indicó que el modelo mejoró.

Español sexto grado se obtuvieron los siguientes resultados para los índices de ajuste más relevantes: CFI=0,828, TLI = 0,815, RMSEA = 0,073, SRMR = 0,072. Debido a estos resultados se realizó la siguiente “reespecificación” en el modelo.

desempeño =~ A32 + A36 + A37 + A38 + A39 + A40 + A41

ambienteSC =~ A4 + A5 + A6 + A7 + A8 + A9 + A10 + A11 + A12 + A16

serviciosHyE =~ A1 + A2 + A3 + A15 + A18 + A28 + A29 + A30 + A33

entornoEyC =~ A17 + A19 + A20 + A21 + A22 + A23 + A24 + A25 + A26

A25 ~~ A26

A8 ~~ A9

A2 ~~ A3

A11 ~~ A12

A21 ~~ A22

A28 ~~ A29

A18 ~~ A17

A32 ~~ A28

A32 ~~ A29

A29 ~~ A30

A39 ~~ A40

A36 ~~ A38

Se obtuvieron los siguientes resultados para los índices de ajuste más relevantes: CFI=0,914, TLI = 0,906, RMSEA = 0,052, SRMR = 0,063. El resultado de estas pruebas indicaron que el modelo mejoró.

Matemática sexto grado se obtuvieron los siguientes resultados para los índices de ajuste más relevantes: CFI=0,837, TLI = 0,823, RMSEA = 0,072, SRMR = 0,067. Debido a estos resultados se realizó la siguiente “reespecificación” en el modelo.

$$\text{desempeño} = \sim A31 + A35 + A36 + A37 + A38 + A39 + A40$$

$$\text{ambienteSC} = \sim A4 + A5 + A6 + A7 + A8 + A9 + A10 + A11 + A12 + A16$$

$$\text{serviciosHyE} = \sim A1 + A2 + A3 + A17 + A18 + A27 + A28 + A29$$

$$\text{entornoEyC} = \sim A19 + A20 + A21 + A22 + A23 + A24 + A25 + A26$$

A25 ~~ A26

A8 ~~ A9

A17 ~~ A18

A11 ~~ A12

A11 ~~ A16

A2 ~~ A3

A21 ~~ A22

A28 ~~ A29

A27 ~~ A29

A12 ~~ A16

A31 ~~ A40

A4 ~~ A5

A31 ~~ A28

Se obtuvieron los siguientes resultados para los índices de ajuste más relevantes: CFI=0,927, TLI = 0,919, RMSEA = 0,049, SRMR = 0,057. El resultado de estas pruebas indicaron que el modelo mejoró.

Los modelos tanto de tercero como de sexto grado mejoraron considerablemente por lo tanto se realizaron otras pruebas adicionales ver tabla 5.9.

Tabla 5.9: Índices de ajuste.

Medidas de bondad de ajuste							
Español tercero		Matemática tercero		Español sexto		Matemática sexto	
Medida	Valor	Medida	Valor	Medida	Valor	Medida	Valor
CFI	0,921	CFI	0,939	CFI	0,914	CFI	0,927
TLI	0,906	TLI	0,925	TLI	0,906	TLI	0,919
RMSEA	0,072	RMSEA	0,070	RMSEA	0,052	RMSEA	0,049
SRMR	0,059	SRMR	0,062	SRMR	0,063	SRMR	0,057
Medidas de ajuste incremental							
Español tercero		Matemática tercero		Español sexto		Matemática sexto	
Medida	Valor	Medida	Valor	Medida	Valor	Medida	Valor
AGFI	0,867	AGFI	0,889	AGFI	0,894	AGFI	0,909
NFI	0,917	NFI	0,936	NFI	0,907	NFI	0,913
NNFI	0,906	NNFI	0,925	NNFI	0,906	NNFI	0,915
Medidas de ajuste parsimonia							
Español tercero		Matemática tercero		Español sexto		Matemática sexto	
Medida	Valor	Medida	Valor	Medida	Valor	Medida	Valor
PNFI	0,777	PNFI	0,761	PNFI	0,826	PNFI	0,822
PGFI	0,691	PGFI	0,672	PGFI	0,782	PGFI	0,783

Los resultados obtenidos de la “reespecificación” de la estructura factorial de los modelos son los que produjeron con mayor precisión los datos de partida para los modelos de ecuaciones estructurales.

Análisis de las varianzas

Tabla 5.10: Variables significativas del modelo español tercer grado CFA.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A5	0,598	0,015	40,612	0,000
A6	0,681	0,017	41,230	0,000
A7	0,279	0,008	36,198	0,000
A8	0,279	0,008	34,287	0,000
A9	0,255	0,008	33,513	0,000
A10	0,346	0,009	36,823	0,000
A11	0,538	0,013	39,965	0,000
A12	0,581	0,014	40,073	0,000
A13	0,577	0,014	40,447	0,000
A14	0,443	0,011	38,647	0,000
A15	0,524	0,014	38,424	0,000
A17	0,354	0,011	32,369	0,000
A19	0,162	0,009	17,314	0,000
A20	0,535	0,014	38,294	0,000
A21	0,624	0,016	39,728	0,000
A28	0,325	0,020	16,211	0,000
A29	0,933	0,022	41,907	0,000
A30	0,699	0,020	35,087	0,000
A31	0,729	0,019	38,336	0,000
A32	0,437	0,019	23,352	0,000
A33	0,884	0,021	41,122	0,000
EntornoFYC	0,402	0,019	20,811	0,000
Gestión	0,646	0,023	28,054	0,000
Desempeño	0,674	0,029	23,339	0,000

Se observa en la tabla 5.10 que el modelo muestra una mejora importante en la estructura factorial de la prueba y permite un mejor ajuste.

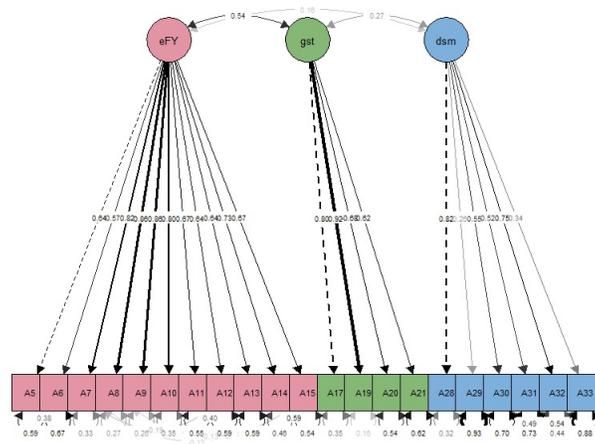


Figura 5.12: Diagrama de ruta del modelo español tercer grado.

Este diagrama de ruta de la figura 5.12 y la figura 5.13, recogen, dentro de círculos a las variables latentes o factores en este caso: entorno familiar y comunidad (eFY), gestión (gst), desempeño (dsm) y en cuadrados, las variables observadas; las relaciones de dependencia se establecen mediante flechas unidireccionales que van de los factores a las variables y las correlaciones o las covarianzas se representan mediante flechas bidireccionales.

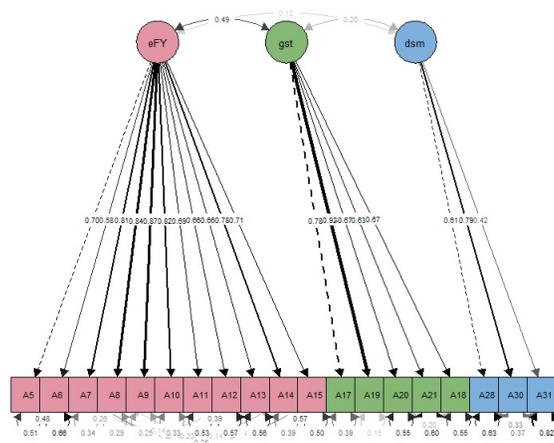


Figura 5.13: Diagrama de ruta del modelo matemática tercer grado.

Tabla 5.11: Variables significativas del modelo matemática tercer grado CFA.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A5	0,506	0,013	40,196	0,000
A6	0,659	0,016	41,508	0,000
A7	0,336	0,010	34,410	0,000
A8	0,289	0,008	34,271	0,000
A9	0,252	0,007	34,033	0,000
A10	0,329	0,009	36,992	0,000
A11	0,529	0,013	40,366	0,000
A12	0,560	0,014	40,359	0,000
A13	0,563	0,014	40,807	0,000
A14	0,393	0,010	37,600	0,000
A15	0,498	0,013	38,451	0,000
A17	0,386	0,011	35,402	0,000
A18	0,150	0,008	17,851	0,000
A19	0,552	0,014	38,785	0,000
A20	0,600	0,015	40,113	0,000
A21	0,553	0,014	38,804	0,000
A28	0,628	0,049	12,786	0,000
A30	0,370	0,080	4,643	0,000
A31	0,823	0,030	27,077	0,000
EntornoFYC	0,494	0,021	24,067	0,000
Gestión	0,614	0,022	27,539	0,000
Desempeño	0,371	0,050	7,387	0,000

Se observa en la tabla 5.11 que el modelo muestra una mejora importante en la estructura factorial de la prueba y permite un mejor ajuste.

Tabla 5.12: Variables significativas del modelo español sexto grado CFA.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A32	0,805	0,019	42,769	0,000
A36	0,808	0,019	42,440	0,000
A37	0,246	0,008	30,156	0,000
A38	0,451	0,012	38,803	0,000
A39	0,129	0,007	17,950	0,000
A40	0,290	0,010	29,298	0,000
A41	0,481	0,012	39,378	0,000
A4	0,600	0,015	41,236	0,000
A5	0,526	0,013	40,480	0,000
A6	0,210	0,007	30,850	0,000
A7	0,170	0,006	27,238	0,000
A8	0,288	0,008	35,127	0,000
A9	0,401	0,011	38,069	0,000
A10	0,820	0,019	42,651	0,000
A11	0,799	0,019	42,547	0,000
A12	0,824	0,019	42,664	0,000
A16	0,797	0,019	42,544	0,000
A1	0,798	0,019	41,043	0,000
A2	0,479	0,016	30,512	0,000
A3	0,421	0,015	28,101	0,000
A15	0,860	0,021	41,869	0,000
A18	0,832	0,020	42,071	0,000
A28	0,711	0,018	39,147	0,000
A29	0,360	0,013	27,385	0,000
A30	0,773	0,019	39,687	0,000
A33	0,823	0,020	41,401	0,000
A17	0,808	0,019	41,955	0,000

Tabla 5.13: Continuación de variables significativas del modelo español sexto grado CFA.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A19	0,433	0,014	31,607	0,000
A20	0,640	0,017	38,370	0,000
A21	0,684	0,018	38,933	0,000
A22	0,612	0,016	37,488	0,000
A23	0,655	0,017	38,694	0,000
A24	0,858	0,020	41,901	0,000
A25	0,467	0,014	32,985	0,000
A26	0,621	0,017	37,202	0,000
Desempeño	0,135	0,011	12,695	0,000
AmbienteSC	0,399	0,019	21,045	0,000
ServiciosHyE	0,202	0,015	13,246	0,000
EntornoEyC	0,130	0,011	11,403	0,000

Se observa en la tabla 5.12 y 5.13 que el modelo muestra una mejora importante en la estructura factorial de la prueba y permite un mejor ajuste.

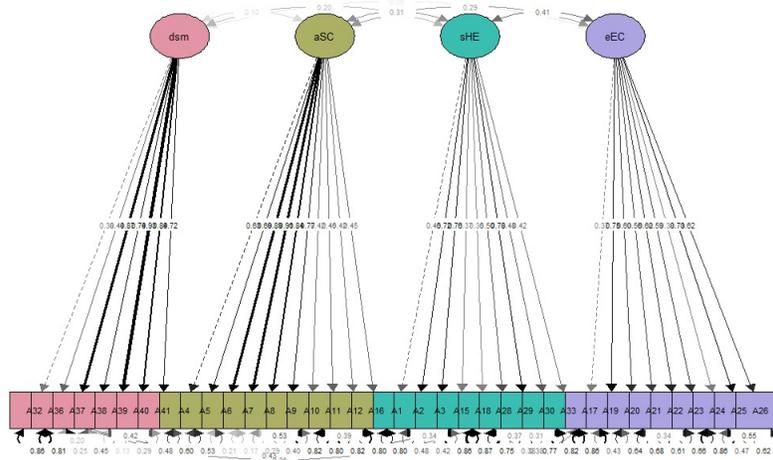


Figura 5.14: Diagrama de ruta del modelo español sexto grado.

Este diagrama de ruta de la figura 5.14, recoge, dentro de círculos a las variables

latentes o factores en este caso: desempeño docente (dsm), ambiente en el salón de clases (asc), servicios básicos hogar y escuela (sHE), entorno escuela y comunidad (eEyC) y en los cuadrados las variables observadas; las relaciones de dependencia se establecen mediante flechas unidireccionales que van de los factores a las variables y las correlaciones o las covarianzas se representan mediante flechas bidireccionales.

Tabla 5.14: Variables significativas del modelo matemática sexto grado CFA.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A31	0,889	0,023	38,383	0,000
A35	0,904	0,024	38,292	0,000
A36	0,391	0,011	35,156	0,000
A37	0,553	0,015	36,935	0,000
A38	0,056	0,006	9,361	0,000
A39	0,241	0,008	30,199	0,000
A40	0,567	0,015	37,033	0,000
A4	0,645	0,017	37,114	0,000
A5	0,547	0,015	36,446	0,000
A6	0,204	0,007	28,237	0,000
A7	0,116	0,006	19,406	0,000
A8	0,268	0,009	31,443	0,000
A9	0,369	0,011	33,858	0,000
A10	0,847	0,022	38,046	0,000
A11	0,815	0,021	37,930	0,000
A12	0,834	0,022	37,997	0,000
A16	0,809	0,021	37,909	0,000
A1	0,827	0,023	36,320	0,000
A2	0,532	0,020	26,431	0,000
A3	0,442	0,019	23,051	0,000
A17	0,707	0,021	34,085	0,000

Tabla 5.15: Continuación de variables significativas del modelo matemática sexto grado CFA.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A18	0,833	0,023	36,266	0,000
A27	0,825	0,023	35,735	0,000
A28	0,750	0,021	35,090	0,000
A29	0,468	0,018	25,900	0,000
A19	0,494	0,017	29,919	0,000
A20	0,677	0,020	34,550	0,000
A21	0,565	0,018	31,688	0,000
A22	0,630	0,019	33,102	0,000
A23	0,611	0,018	33,200	0,000
A24	0,822	0,022	36,697	0,000
A25	0,487	0,016	29,530	0,000
A26	0,626	0,019	32,897	0,000
Desempeño	0,094	0,011	8,631	0,000
AmbienteSC	0,354	0,020	17,392	0,000
ServiciosHyE	0,173	0,016	10,528	0,000
EntornoEyC	0,506	0,025	20,341	0,000

Se observa en la tabla 5.14 y 5.15 que el modelo muestra una mejora importante en la estructura factorial de la prueba y permite un mejor ajuste.

Fiabilidad del modelo

Todo estudio en el que exista una componente de medida debe preocuparse por la fiabilidad de la medición realizada. Para comprobar dicha precisión o fiabilidad, se hizo uso del estadístico Alpha de Cronbach y Varianza Extraída Media.

Tabla 5.16: Análisis de la fiabilidad del modelo español tercer grado.

Estadístico	EntornoFyC	Gestión	Desempeño
Alpha	0,925	0,182	0,754
AVE	0,527	0,581	0,332

Se puede observar en la tabla 5.16 que el Alpha de Cronbach tiene un ajuste aceptable para entorno familiar y de la comunidad; así como para desempeño ya que están por arriba de 0,70; para el caso de gestión se observa un valor muy por debajo de 0,70 indicando que las variables que corresponden a ese factor no tienen incidencia en estos resultados de español tercer grado. La Varianza Extraída Media (AVE) presenta problemas en desempeño ya que esta por debajo de 0,50.

Tabla 5.17: Análisis de la fiabilidad del modelo matemática tercer grado.

Estadístico	EntornoFyC	Gestión	Desempeño
Alpha	0,932	0,485	0,701
AVE	0,552	0,552	0,393

Se puede observar en la tabla 5.17 que el Alpha de Cronbach tiene un ajuste aceptable para entorno familiar y de la comunidad; así como para desempeño ya que están por arriba de 0,70. La Varianza Extraída Media (AVE) presenta un ajuste aceptable para entorno familiar y de la comunidad; así como para gestión ya que están por arriba de 0,50.

Tabla 5.18: Análisis de la fiabilidad del modelo español sexto grado.

Estadístico	EntornoFyC	ambienteSC	serviciosHyE	entornoEyC
Alpha	0,881	0,886	0,807	0,838
AVE	0,554	0,456	0,315	0,353

Se puede observar en la tabla 5.18 que el Alpha de Cronbach tiene un ajuste aceptable para todos los factores ya que están por arriba de 0,70. La Varianza Extraída Media (AVE) presenta un buen ajuste para entorno pero para el resto presenta problemas ya que esta por debajo de 0,50.

Tabla 5.19: Análisis de la fiabilidad del modelo matemática sexto grado.

Estadístico	EntornoFyC	ambienteSC	serviciosHyE	entornoEyC
Alpha	0,841	0,887	0,803	0,840
AVE	0,483	0,433	0,321	0,386

Se puede observar en la tabla 5.19 que el Alpha de Cronbach tiene un ajuste aceptable para para todos los factores ya que están por arriba de 0,70. La Varianza Extraída Media (AVE) presenta un ajuste aceptable para entorno por estar muy cercano a 0,50, pero para el resto presenta problemas ya que esta muy por debajo de 0,50.

5.3.4. Ecuaciones estructurales

Ahora se busca establecer formalmente el modelo; anteriormente se realizó el AFE y AFC lo que permitió tener un análisis de las variables latentes y el ajuste del modelo.

Especificación de modelo español tercer grado

Se pasó del modelo conceptual al modelo estructural y modelo de medida, se realizaron algunos ajustes en las variables latentes que permitieron mejorar los resultados, quedando de la siguiente manera:

$$\text{entornoFYC} \sim A5 + A6 + A7 + A8 + A9 + A10 + A11 + A12 + A13 + A14 + A15$$

$$\text{gestión} \sim A17 + A19 + A20 + A21$$

$$\text{desempeño} \sim A28 + A29 + A30 + A31 + A32$$

Modelo estructural español tercer grado:

Son las relaciones entre las variables ya sean por efectos directos, efectos indirectos, mediación, interacciones y moderación.

$$Y \sim \text{entornoFYC} + \text{gestion} + \text{desempeno}$$

Correlación de errores español tercer grado:

Para mejorar el modelo ya que presenta valores en sus ajustes que no llegan a ser del todo satisfactorios, se revisaron si algunas variables observadas pertenecían a otro factor o presencia de conexiones de errores dando como resultados las siguientes relaciones entre los errores.

A14 ~ A15

A11 ~ A12

A5 ~ A6

A30 ~ A15

A7 ~ A15

A7 ~ A12

A8 ~ A15

Estimación español tercer grado

Se realizó por el método de máxima verosimilitud, primero se verificó en la sección 5.3.3 si los datos siguen una distribución normal multivariada, para ello se utilizó el test de Mardia, y se comprobó que los datos no siguen una distribución normal multivariada. Se verificó si las estimaciones de los parámetros eran consistentes, si el modelo se identificaba y especificaba correctamente, para continuar estimando por ML.

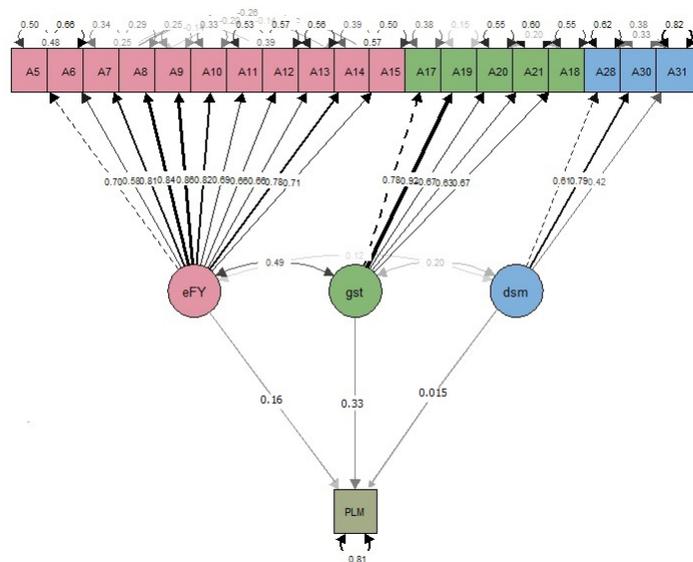


Figura 5.15: Diagrama de ruta SEM español tercer grado

Al ver los resultados del modelo en apéndice E.1 no se observan estimaciones infractoras como cargas factoriales mayores que uno o negativas, que pudieran no validar el modelo.

Evaluación del modelo español tercer grado

Para ello se utilizó las medidas de bondad de ajuste que se presentan en la tabla 5.20.

Los índices muestran un mejor ajuste del modelo, un indicador de ajuste del modelo es el índice de ajuste normalizado NFI, este índice señala que un ajuste se considera aceptable cuando es mayor de 0,90. Con el modelo propuesto, se observa un valor para el índice NFI de 0,923, indicando que el modelo se ajusta bien.

Tabla 5.20: Índices de ajuste del modelo español tercer grado.

Medidas de bondad de ajuste	
Medida	Valor
CFI	0,927
TLI	0,913
RMSEA	0,070
SRMR	0,061
Medidas de ajuste incremental	
Medida	Valor
AGFI	0,870
NFI	0,923
NNFI	0,913
Medidas de ajuste parsimonia	
Medida	Valor
PNFI	0,778
PGFI	0,690

Colinealidad entre indicadores español tercer grado:

Para evaluar el nivel de colinealidad la prueba estadística más usual es el factor VIF, se consideran que existe alta multicolinealidad cuando el VIF es mayor a 10 (Quintana, 2016). Para el caso del modelo presentado se observa en la tabla 5.8 que todos los valores VIF son menores de 10, concluyendo así que no hay colinealidad entre las variables.

Tabla 5.21: Factor de inflación de la varianza del modelo español tercer grado

Variable	VIF	Variable	VIF
A5	2,01	A15	2,98
A6	1,78	A17	2,40
A7	3,44	A19	3,58
A8	3,45	A20	1,83
A9	3,26	A21	1,62
A10	2,61	A28	1,80
A11	2,35	A30	1,88
A12	2,16	A31	1,31
A13	1,89	A32	2,57
A14	3,62		

Especificación del modelo matemática tercer grado

Se pasó del modelo conceptual al modelo estructural y modelo de medida, se realizaron algunos ajustes en las variables latentes que permitieron mejorar los resultados, quedando de la siguiente manera:

$$\text{entornoFYC} \sim A5 + A6 + A7 + A8 + A9 + A10 + A11 + A12 + A13 + A14 + A15$$

$$\text{gestión} \sim A17 + A18 + A19 + A20 + A21$$

$$\text{desempeño} \sim A28 + A30 + A31$$

Modelo estructural matemática tercer grado

Son las relaciones entre las variables ya sean por efectos directos, efectos indirectos, mediación, interacciones y moderación.

$$Y \sim \text{entornoFYC} + \text{gestión} + \text{desempeño}$$

Correlación de errores matemática tercer grado:

Para mejorar el modelo ya que presenta valores en sus ajustes que no llegan a ser del todo satisfactorios, se revisaron si algunas variables observadas pertenecían a otro factor o presencia de conexiones de errores dando como resultados las siguientes relaciones entre los errores.

$$A14 \sim\sim A15$$

$$A5 \sim\sim A6$$

$$A11 \sim\sim A12$$

$$A7 \sim\sim A8$$

$$A7 \sim\sim A12$$

$$A7 \sim\sim A14$$

$$A7 \sim\sim A15$$

$$A8 \sim\sim A15$$

$$A28 \sim\sim A31$$

$$A20 \sim\sim A18$$

Estimación matemática tercer grado

Se realizó por el método de máxima verosimilitud (MLE), primero se verificó en la sección 5.3.3 si los datos siguen una distribución normal multivariada, para ello se utilizó el test de Mardia, y se comprobó que los datos no siguen una distribución normal multivariada. Se verificó si las estimaciones de los parámetros eran consistentes, si el modelo se identificaba y especificaba correctamente, para continuar estimando por MLE.

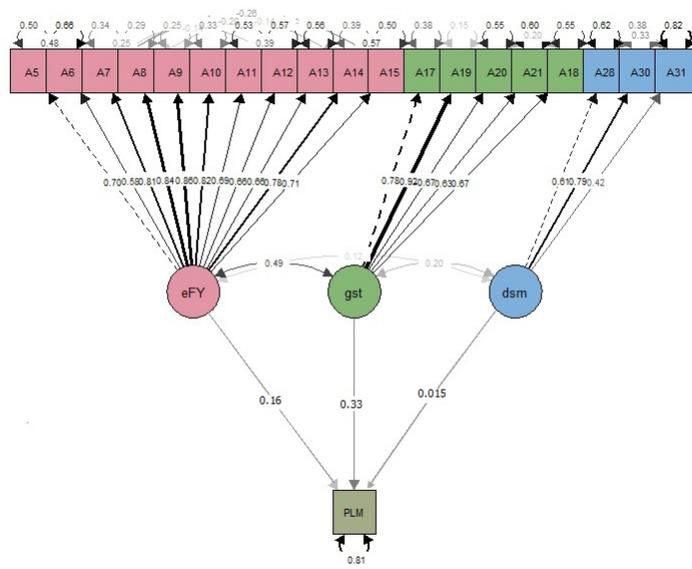


Figura 5.16: Diagrama de ruta SEM matemática tercer grado

Al ver los resultados de la varianza del modelo en apéndice E.2 no se observan estimaciones infractoras como cargas factoriales mayores que uno o negativas, que pudieran no validar el modelo.

Evaluación del modelo matemática tercer grado

Para ello se utilizó las medidas de bondad de ajuste que se presentan en la tabla 5.22.

Los índices muestran un buen ajuste del modelo, un indicador de ajuste del modelo es el índice de ajuste normalizado NFI, este índice señala que un ajuste se considera aceptable cuando es mayor de 0,90. Con el modelo propuesto, se observa un valor para el índice NFI de 0,935, indicando que el modelo se ajusta bien.

Tabla 5.22: Índices de ajuste del modelo matemática tercer grado.

Medidas de bondad de ajuste	
Medida	Valor
CFI	0,938
TLI	0,925
RMSEA	0,068
SRMR	0,060
Medidas de ajuste incremental	
Medida	Valor
AGFI	0,892
NFI	0,935
NNFI	0,925
Medidas de ajuste parsimonia	
Medida	Valor
PNFI	0,763
PGFI	0,679

Colinealidad entre indicadores matemática tercer grado:

Para evaluar el nivel de colinealidad la prueba estadística más usual es el factor VIF, se consideran que existe alta multicolinealidad cuando el VIF es mayor a 10. Para el caso del modelo presentado se observa en la tabla 5.16 que todos los valores VIF son menores de 10, concluyendo así que no hay colinealidad entre las variables.

Tabla 5.23: Factor de inflación de la varianza del modelo matemática tercer grado

Variable	VIF	Variable	VIF
A5	2,67	A15	3,10
A6	2,00	A17	2,35
A7	3,51	A18	1,72
A8	3,69	A19	3,45
A9	3,36	A20	1,80
A10	2,72	A21	1,66
A11	2,36	A28	1,78
A12	2,20	A30	1,75
A13	1,89	A31	1,43
A14	3,87	A32	2,12

Especificación del modelo español sexto grado

Se pasó del modelo conceptual al modelo estructural y modelo de medida, se realizaron algunos ajustes en las variables latentes que permitieron mejorar los resultados, quedando de la siguiente manera:

$$desempeño \sim A32 + A36 + A37 + A38 + A39 + A40 + A41$$

$$ambienteSC \sim A4 + A5 + A6 + A7 + A8 + A9 + A10 + A11 + A12 + A16$$

$$serviciosHyE \sim A1 + A2 + A3 + A15 + A18 + A28 + A29 + A30 + A33$$

$$entornoEyC \sim A17 + A19 + A20 + A21 + A22 + A23 + A24 + A25 + A26$$

Modelo estructural español sexto grado:

Son las relaciones entre las variables ya sean por efectos directos, efectos indirectos, mediación, interacciones y moderación.

$$Y \sim desempeño + ambienteSC + serviciosHyE + entornoEyC$$

Correlación de errores español sexto grado:

Para mejorar el modelo ya que presenta valores en sus ajustes que no llegan a ser del todo satisfactorios, se revisaron si algunas variables observadas pertenecían a otro factor o presencia de conexiones de errores dando como resultados las siguientes relaciones entre los errores.

A25 ~~ A26

A8 ~~ A9

A2 ~~ A3

A11 ~~ A12

A21 ~~ A22

A28 ~~ A29

A18 ~~ A17

A32 ~~ A29

A32 ~~ A29

A29 ~~ A30

A39 ~~ A40

A36 ~~ A38

Estimación español sexto grado

Se realizó por el método de máxima verosimilitud (MLE), primero se verificó en la sección 5.3.3 si los datos siguen una distribución normal multivariada, para ello se utilizó el test de Mardia, y se comprobó que los datos no siguen una distribución normal multivariada. Se verificó si las estimaciones de los parámetros eran consistentes, si el modelo se identificaba y especificaba correctamente, para continuar estimando por MLE.

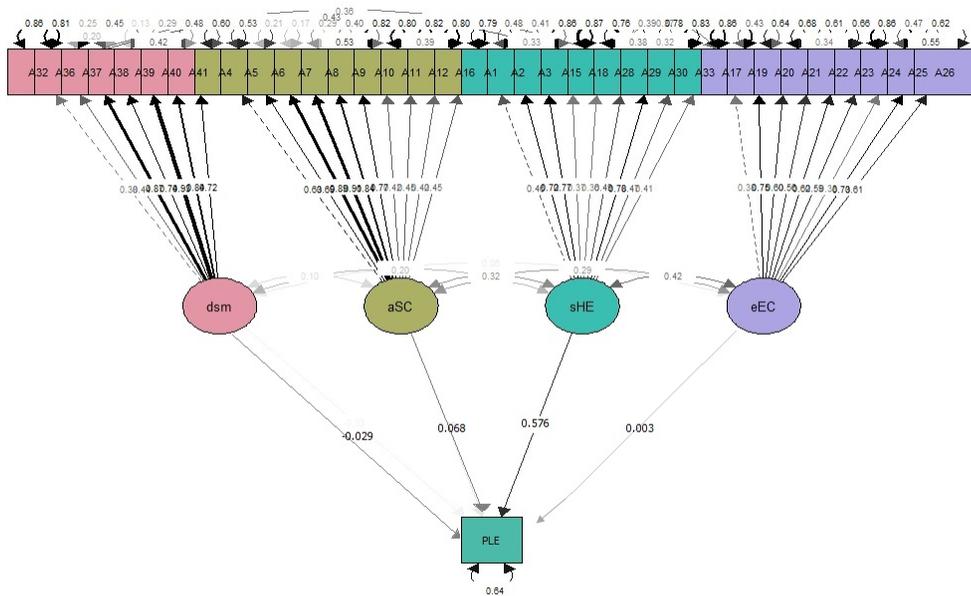


Figura 5.17: Diagrama de ruta SEM español sexto grado

Al ver los resultados del modelo en apéndice E.3 no se observan estimaciones in-
fractoras como cargas factoriales mayores que uno o negativas, que pudieran no vali-
dar el modelo.

Evaluación del modelo español sexto grado

Para ello se utilizó las medidas de bondad de ajuste que se presenta en la tabla
5.24.

Los índices muestran un mejor ajuste del modelo, un indicador de ajuste del mode-
lo es el índice de ajuste normalizado NFI, este índice señala que un ajuste se considera
aceptable cuando es mayor de 0,90. Con el modelo propuesto, se observa un valor
para el índice NFI de 0,906, indicando que el modelo se ajusta bien.

Tabla 5.24: Índices de ajuste del modelo español sexto grado.

Medidas de bondad de ajuste	
Medida	Valor
CFI	0,913
TLI	0,905
RMSEA	0,052
SRMR	0,063
Medidas de ajuste incremental	
Medida	Valor
AGFI	0,894
NFI	0,906
NNFI	0,905
Medidas de ajuste parsimonia	
Medida	Valor
PNFI	0,824
PGFI	0,782

Colinealidad entre indicadores español sexto grado:

Para evaluar el nivel de colinealidad la prueba estadística más usual es el factor VIF, se consideran que existe alta multicolinealidad cuando el VIF es mayor a 10. Para el caso de este modelo se observó en la tabla 5.25 que los valores VIF son menores de 10 (Quintana, 2016), concluyendo así que no hay colinealidad entre las variables que pueda afectar el modelo.

Tabla 5.25: Factor de inflación de la varianza del modelo español sexto grado

Variable	VIF	Variable	VIF
A1	1,26	A21	1,64
A2	2,24	A22	1,84
A3	2,61	A23	1,49
A4	1,71	A24	1,26
A5	2,00	A25	2,86
A6	3,71	A26	2,37
A7	4,10	A28	2,01
A8	4,54	A29	3,43
A9	3,55	A30	1,56
A10	1,32	A33	1,31
A11	1,53	A32	1,64
A12	1,51	A36	1,42
A15	1,19	A37	3,31
A16	1,41	A38	2,23
A17	1,51	A39	6,59
A18	1,53	A40	4,63
A19	1,94	A41	2,22
A20	1,57		

Especificación del modelo matemática sexto grado

Se pasó del modelo conceptual al modelo estructural y modelo de medida, se realizaron algunos ajustes en las variables latentes que permitieron mejorar los resultados,

quedando de la siguiente manera:

$$desempeño = \sim A31 + A35 + A36 + A37 + A38 + A39 + A40$$

$$ambienteSC = \sim A4 + A5 + A6 + A7 + A8 + A9 + A10 + A11 + A12 + A16$$

$$serviciosHyE = \sim A1 + A2 + A3 + A17 + A18 + A27 + A28 + A29$$

$$entornoEyC = \sim A19 + A20 + A21 + A22 + A23 + A24 + A25 + A26$$

Modelo estructural matemática sexto grado:

Son las relaciones entre las variables ya sean por efectos directos, efectos indirectos, mediación, interacciones y moderación.

$$Y \sim desempeño + ambienteSC + serviciosHyE + entornoEyC$$

Correlación de errores matemática sexto grado:

Para mejorar el modelo ya que presenta valores en sus ajustes que no llegan a ser del todo satisfactorios, se revisaron si algunas variables observadas pertenecían a otro factor o presencia de conexiones de errores dando como resultados las siguientes relaciones entre los errores.

$$A25 \sim A26$$

$$A8 \sim A9$$

$$A17 \sim A18$$

$$A11 \sim A12$$

$$A11 \sim A16$$

$$A2 \sim A3$$

$$A21 \sim A22$$

$$A28 \sim A29$$

$$A27 \sim A29$$

$$A12 \sim A16$$

$$A31 \sim A40$$

$$A31 \sim A28$$

$$A4 \sim A5$$

Estimación matemática sexto grado

Se realizó por el método de máxima verosimilitud (MLE), primero se verificó en la sección 5.3.3 si los datos siguen una distribución normal multivariada, para ello se utilizó el test de Mardia, y se comprobó que los datos no siguen una distribución normal multivariada. Se verificó si las estimaciones de los parámetros eran consistentes, si el modelo se identificaba y especificaba correctamente, para continuar estimando por MLE.

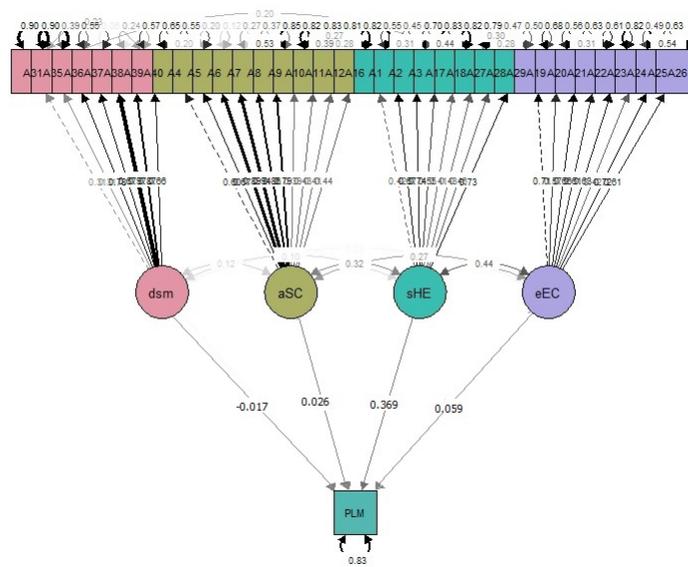


Figura 5.18: Diagrama de ruta SEM matemática sexto grado

Al ver los resultados del modelo en apéndice E.4 no se observan estimaciones infractoras como cargas factoriales mayores que uno o negativas, que pudieran no validar el modelo.

Evaluación del modelo matemática sexto grado

Para ello se utilizó las medidas de bondad de ajuste que se presenta en la tabla 5.24.

Los índices muestran un mejor ajuste del modelo, un indicador de ajuste del modelo es el índice de ajuste normalizado NFI, este índice señala que un ajuste se considera

aceptable cuando es mayor de 0,90. Con el modelo propuesto, se observa un valor para el índice NFI de 0,913, indicando que el modelo se ajusta bien.

Tabla 5.26: Índices de ajuste del modelo matemática sexto grado.

Medidas de bondad de ajuste	
Medida	Valor
CFI	0,923
TLI	0,915
RMSEA	0,049
SRMR	0,057
Medidas de ajuste incremental	
Medida	Valor
AGFI	0,909
NFI	0,913
NNFI	0,915
Medidas de ajuste parsimonia	
Medida	Valor
PNFI	0,822
PGFI	0,783

Colinealidad entre indicadores matemática sexto grado:

Para evaluar el nivel de colinealidad la prueba estadística más usual es el factor VIF, se consideran que existe alta multicolinealidad cuando el VIF es mayor a 10. Para el caso del modelo presentado se observa en la tabla 5.27 que los valores VIF son menores de 10, concluyendo así que no hay colinealidad entre las variables que pueda afectar el modelo.

Tabla 5.27: Factor de inflación de la varianza del modelo matemática sexto grado

Variable	VIF	Variable	VIF
A1	1,21	A21	1,90
A2	1,94	A22	1,78
A3	2,30	A23	1,52
A4	1,68	A24	1,24
A5	2,00	A25	2,69
A6	3,88	A26	2,29
A7	5,15	A27	1,43
A8	4,91	A28	1,59
A9	3,80	A29	2,57
A10	1,30	A31	1,41
A11	1,52	A35	1,21
A12	1,50	A36	2,59
A16	1,45	A37	1,88
A17	1,85	A38	5,89
A18	1,53	A39	4,07
A19	1,79	A40	2,03
A20	1,47		

5.3.5. Análisis de mediación

Al trabajar con modelos de ecuaciones estructurales, se tiene la ventaja de comparar y analizar el comportamiento de cada una de las variables contra las demás, se tomó el primer modelo de ecuaciones estructurales como base para la comparación de los demás.

Modelo de mediación simple español tercer grado

Para este modelo rendimiento académico (PL) en español tercer grado se consideró que el desempeño (dsm) docente es variable mediadora entre el entorno (eFY) y la

gestión (gst) que realizan los directivos, también que el entorno (eFY) tiene un efecto directo en la gestión (gst). Además que la gestión (gst) tiene un efecto directo en el rendimiento (PL), ver figura 5.19.

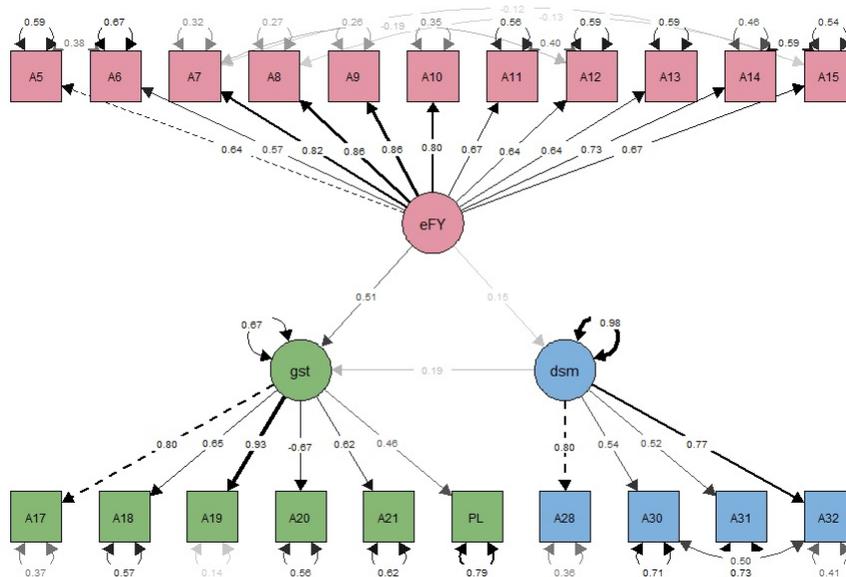


Figura 5.19: Diagrama de ruta mediación simple español tercer grado

Para evaluar el ajuste del modelo se verificaron los índices de ajuste más relevantes, CFI=0,925, TLI = 0,912, RMSEA = 0,070, SRMR = 0,063. Con un AIC= 177214 y un BIC= 177537. Se observa que este modelo tiene un SRMR mayor al SRMR= 0,061 del modelo base.

Se utilizó la prueba de Sobel para saber que tan significativa es la mediación de desempeño en este modelo, el resultado incluye la estimación del parámetro que fue de 0,037, y el valor p_{value} de 0. El efecto de mediación es significativo en el nivel alfa 0,05.

Se realizó un bootstrap que es similar a la prueba de Sobel, pero estima mejor los datos no normales y también se puede especificar cuántas muestras de arranque se utilizan, el valor predeterminado es 1000, pero se utilizó 500. La salida incluye los in-

tervalos de confianza del 95 %. Basado en el hecho de que el intervalo de confianza (IC) para ab (efecto indirecto en entorno, desempeño y gestión) fue de $[0,027, 0,046]$ este no incluye 0, existe un efecto de mediación significativo, la estimación sigue siendo de 0,037. Además, debido a que el IC para a2 (efecto directo entre entorno y gestión) fue $[0,572, 0,690]$ no contiene 0, a2 es significativamente diferente de 0. Por lo tanto, se puede concluir que existe un efecto de mediación parcial.

Modelo de mediación múltiple español tercer grado

Para este modelo rendimiento académico (PL) en español tercer grado se consideró que el desempeño (dsm) docente es variable mediadora entre el entorno (eFY) y la gestión (gst) que realizan los directivos. Además que la gestión (gst) es mediadora entre el entorno (eFY) y el rendimiento (PL), ver figura 5.20.

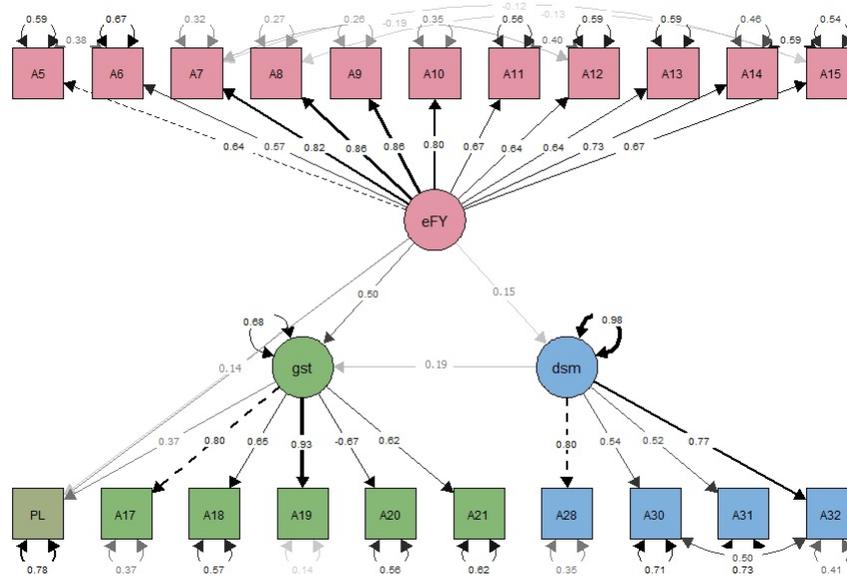


Figura 5.20: Diagrama de ruta mediación múltiple español tercer grado

Para evaluar el ajuste del modelo se verificaron los índices de ajuste más relevantes, CFI=0,927, TLI = 0,913, RMSEA = 0,070, SRMR = 0,061. Con un AIC= 177157 y un BIC= 177485. Se observa que este modelo tiene un SRMR igual al SRMR= 0,061 del modelo base.

Se utilizó la prueba de Sobel para saber que tan significativa es la mediación de gestión en este modelo, el resultado incluye la estimación del parámetro que fue de 0,294, y el valor p_{value} de 0. El efecto de mediación es significativo en el nivel alfa 0,05. Como la variable mediadora desempeño tiene un efecto indirecto a gestión y no a rendimiento no se incluyó dentro del análisis de efectos indirectos y mediadoras.

Se realizó un bootstrap con muestras de arranque de 500. La salida incluye los intervalos de confianza del 95%. Basado en el hecho de que el intervalo de confianza (IC) para ab (efecto indirecto en entorno, gestión y rendimiento) fue de [0,251 , 0,335] este no incluye 0, existe un efecto de mediación significativo, la estimación sigue siendo de 0,294. Además, debido a que el IC para c' (efecto directo entre entorno y rendimiento) fue [0,171 , 0,297] no contiene 0, c' es significativamente diferente de 0. Por lo tanto, se puede concluir que existe un efecto de mediación parcial en este modelo y que el entorno influye a través de la gestión en el rendimiento académico.

Modelo de mediación simple matemática tercer grado

Para este modelo rendimiento académico (PLM) en matemática tercer grado se consideró que el desempeño (dsm) docente es variable mediadora entre el entorno (eFY) y la gestión (gst) que realizan los directivos, también que el entorno (eFY) tiene un efecto directo en la gestión (gst). Además que la gestión (gst) tiene un efecto directo en el rendimiento (PLM), ver figura 5.21.

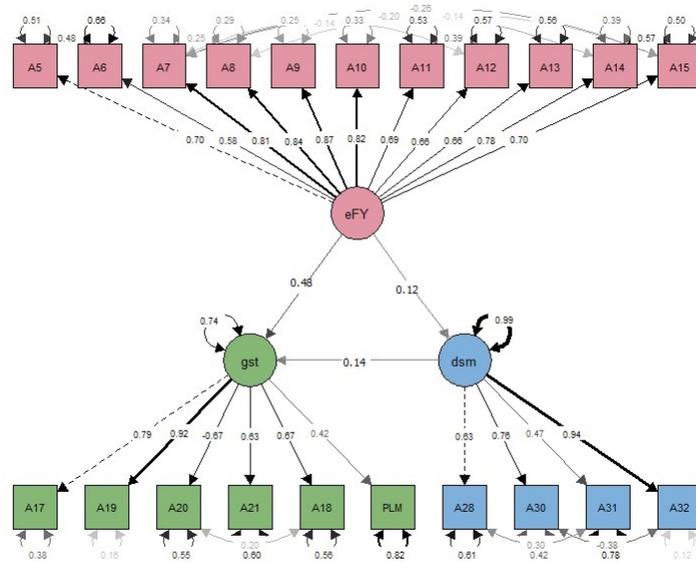


Figura 5.21: Diagrama de ruta mediación simple matemática tercer grado

Para evaluar el ajuste del modelo se verificaron los índices de ajuste más relevantes, CFI=0,937, TLI = 0,923, RMSEA = 0,068, SRMR = 0,064. Con un AIC= 70598 y un BIC= 170928. Se observa que este modelo tiene un SRMR mayor al SRMR= 0,060 del modelo base.

Se utilizó la prueba de Sobel para saber que tan significativa es la mediación de desempeño en este modelo, el resultado incluye la estimación del parámetro que fue de 0,018, y el valor p_{value} de 0. El efecto de mediación es significativo en el nivel alfa 0,05.

Se realizó un bootstrap con 500 muestras de arranque, la salida incluye los intervalos de confianza del 95%. Basado en el hecho de que el intervalo de confianza (IC) para ab (efecto indirecto en entorno, desempeño y gestión) fue de [0,011 , 0,026] este no incluye 0, existe un efecto de mediación significativo, la estimación sigue siendo de 0,037. Además, debido a que el IC para a2 (efecto directo entre entorno y gestión) fue [0,508 , 0,604] no contiene 0, c' es significativamente diferente de 0. Por lo tanto, se puede concluir que existe un efecto de mediación parcial.

Modelo de mediación múltiple matemática tercer grado

Para este modelo rendimiento académico (PLM) en matemática tercer grado se consideró que el desempeño (dsm) docente es variable mediadora entre el entorno (eFY) y la gestión (gst) que realizan los directivos. Además que la gestión (gst) es mediadora entre el entorno (eFY) y el rendimiento (PLM), ver figura 5.22.

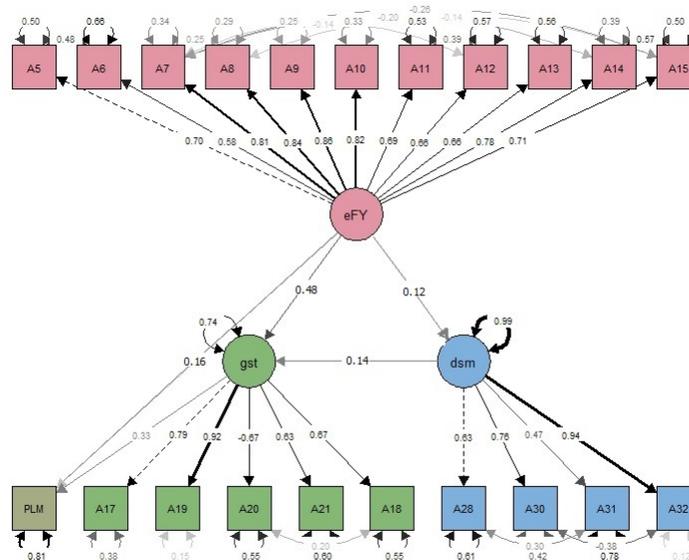


Figura 5.22: Diagrama de ruta mediación múltiple matemática tercer grado

Para evaluar el ajuste del modelo se verificaron los índices de ajuste más relevantes, CFI=0,938, TLI = 0,925, RMSEA = 0,067, SRMR = 0,060. Con un AIC= 170519 y un BIC= 170855. Se observa que este modelo tiene un SRMR igual al SRMR= 0,060 del modelo base.

Se utilizó la prueba de Sobel para saber que tan significativa es la mediación de gestión en este modelo, el resultado incluye la estimación del parámetro que fue de 0,223, y el valor p_{value} de 0. El efecto de mediación es significativo en el nivel alfa 0,05. No se incluyó dentro del análisis de efectos indirectos y mediadoras, la variable mediadora desempeño ya que tiene un efecto indirecto a gestión y no a rendimiento.

Se realizó un bootstrap con muestras de arranque de 500. La salida incluye los intervalos de confianza del 95 %. Basado en el hecho de que el intervalo de confianza (IC) para ab (efecto indirecto en entorno, gestión y rendimiento) fue de $[0,195, 0,256]$ este no incluye 0, existe un efecto de mediación significativo, la estimación sigue siendo de 0,294. Además, debido a que el IC para c' (efecto directo entre entorno y rendimiento) fue $[0,182, 0,285]$ no contiene 0, c' es significativamente diferente de 0. Por lo tanto, se puede concluir que existe un efecto de mediación parcial en este modelo y que el entorno influye a través de la gestión en el rendimiento académico.

Modelo de mediación simple español sexto grado

Para este modelo rendimiento académico (PLE) en español sexto grado se consideró que el desempeño (dsm) docente es variable mediadora entre el ambiente en el salón de clases (asc) y servicios básicos en el hogar y escuela (sHE), también que el entorno escuela y comunidad ($eEyC$) es mediadora entre el ambiente en el salón de clases (asc) y servicios básicos en el hogar y escuela (sHE) y que entorno en la escuela y comunidad ($eEyC$) tiene un efecto directo en servicios básicos en el hogar y escuela (sHE). Además que servicios básicos en el hogar y escuela (sHE) tiene un efecto directo en el rendimiento (PLE), ver figura 5.23.

Para evaluar el ajuste del modelo se verificaron los índices de ajuste más relevantes, $CFI=0,913$, $TLI = 0,905$, $RMSEA = 0,052$, $SRMR = 0,063$. Con un $AIC= 323296$ y un $BIC= 323851$ Se observa que este modelo tiene un $SRMR$ igual al $SRMR= 0,063$ del modelo base.

Se utilizó la prueba de Sobel para saber que tan significativa es la mediación de desempeño y entorno en este modelo, el resultado incluye la estimación del parámetro que fue de 0,012 y 0,079 respectivamente, y el valor p_{value} de 0 en ambos casos. Se observó que el efecto indirecto de entorno tiene mayor influencia en el modelo que desempeño.

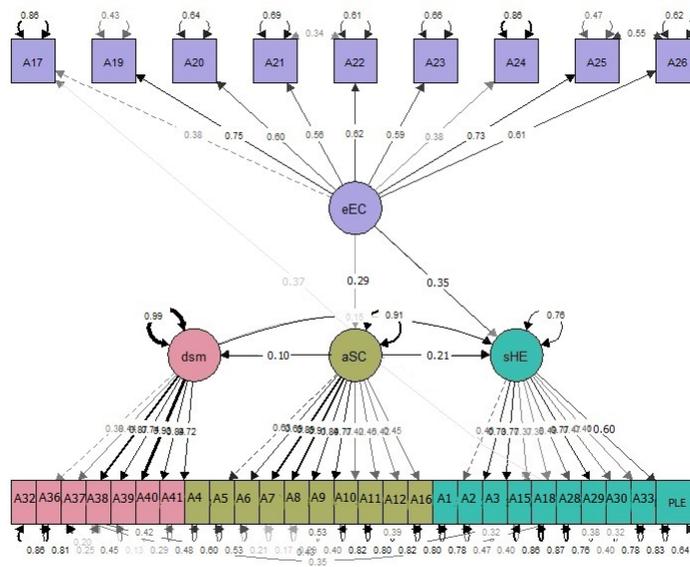


Figura 5.23: Diagrama de ruta mediación simple español sexto grado

Se realizó un bootstrap con muestras de arranque de 500. La salida incluye los intervalos de confianza del 95%. Basado en el hecho de que el intervalo de confianza (IC) para $b1 * d$ (efecto indirecto en ambiente, desempeño y servicios) fue de [0,007 , 0,017] este no incluye 0, pero esta muy cercano de cero, para el intervalo de confianza (IC) para $a1 * b2$ (efecto indirecto en entorno, ambiente y servicios) fue de [0,061 , 0,101], las estimaciones siguen siendo de 0,012 y 0,079 respectivamente. Además, debido a que el IC para $a2$ (efecto directo entre entorno y servicios) fue [0,376 , 0,529] no contiene 0, $a2$ es significativamente diferente de 0. Por lo tanto, se puede concluir que existe un efecto de mediación parcial en este modelo y que el entorno de la escuela influye significativamente a través del ambiente del salón de clases en el rendimiento académico.

Modelo de mediación múltiple español sexto grado

Para este modelo rendimiento académico (PLE) en español sexto grado se consideró que servicios básicos hogar y escuela (sHE) es variable mediadora entre entorno en la escuela y comunidad (eEyC) y rendimiento académico (PLE); así como ambiente en el salón de clases (asc) es variable mediadora entre entorno en la escuela y comu-

nidad (eEyC) y rendimiento académico (PLE); también que ambiente en el salón de clases (asc) es variable mediadora entre entorno en la escuela y comunidad (eEyC) y servicios básicos hogar y escuela (sHE). Además que desempeño docente (dsm) es variable mediadora entre ambiente en el salón de clases (asc) y servicios básicos hogar y escuela (sHE), ver figura 5.24.

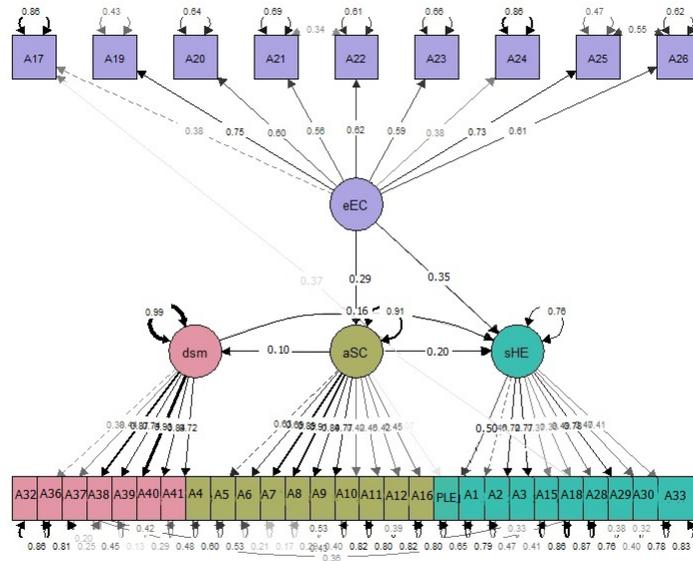


Figura 5.24: Diagrama de ruta mediación múltiple español sexto grado

Para evaluar el ajuste del modelo se verificaron los índices de ajuste más relevantes, CFI=0,913, TLI = 0,905, RMSEA = 0,052, SRMR = 0,063. Se observa que este modelo tiene un SRMR igual al SRMR= 0,063 del modelo base.

Se utilizó la prueba de Sobel para saber que tan significativa es la mediación de ambiente y servicios en este modelo, el resultado incluye la estimación del parámetro que fue de 0,629 y 0,048 respectivamente, y el valor p_{value} de 0 en ambos casos. Se observó que el efecto indirecto de servicios básicos en el hogar y la escuela tiene mayor influencia en el modelo.

Se realizó un bootstrap con muestras de arranque de 500. La salida incluye los in-

tervalos de confianza del 95%. Basado en el hecho de que el intervalo de confianza (IC) para $a1 * c2$ (efecto indirecto en entorno, servicios y rendimiento) fue de [0,495 , 0,761] este no incluye 0; y es significativamente diferente de 0, para el intervalo de confianza (IC) para $a2 * c1$ (efecto indirecto en entorno, ambiente y servicios) fue de [0,061 , 0,101], las estimaciones siguen siendo de 0,012 y 0,079 respectivamente. Además, debido a que el IC para $a2$ (efecto directo entre entorno, ambiente y rendimiento) fue [0,023 , 0,076] no contiene 0. Por lo tanto, se puede concluir que existe un efecto de mediación parcial en este modelo y que el entorno de la escuela influye significativamente a través servicios básicos en el hogar y escuela en el rendimiento académico.

Modelo de mediación simple matemática sexto grado

Para este modelo rendimiento académico (PLM) en matemática sexto grado se consideró que el desempeño (dsm) docente es variable mediadora entre el ambiente en el salón de clases (asc) y servicios básicos en el hogar y escuela (sHE), también que el entorno escuela y comunidad (eEyC) es mediadora entre el ambiente en el salón de clases (asc) y servicios básicos en el hogar y escuela (sHE) y que entorno en la escuela y comunidad (eEyC) tiene un efecto directo en servicios básicos en el hogar y escuela (sHE). Además que servicios básicos en el hogar y escuela (sHE) tiene un efecto directo en el rendimiento (PLM), ver figura 5.25.

Para evaluar el ajuste del modelo se verificaron los índices de ajuste más relevantes, CFI=0,923, TLI = 0,915, RMSEA = 0,049, SRMR = 0,057. Con un AIC= 242215y un BIC= 242731 Se observa que este modelo tiene un SRMR igual al SRMR= 0,057 del modelo base.

Se utilizó la prueba de Sobel para saber que tan significativa es la mediación de desempeño y entorno en este modelo, el resultado incluye la estimación del parámetro que fue de 0,005 y 0,034 respectivamente, y el valor p_{value} de 0 en ambos casos. Se observó que el efecto indirecto de entorno tiene mayor influencia en el modelo que

desempeño.

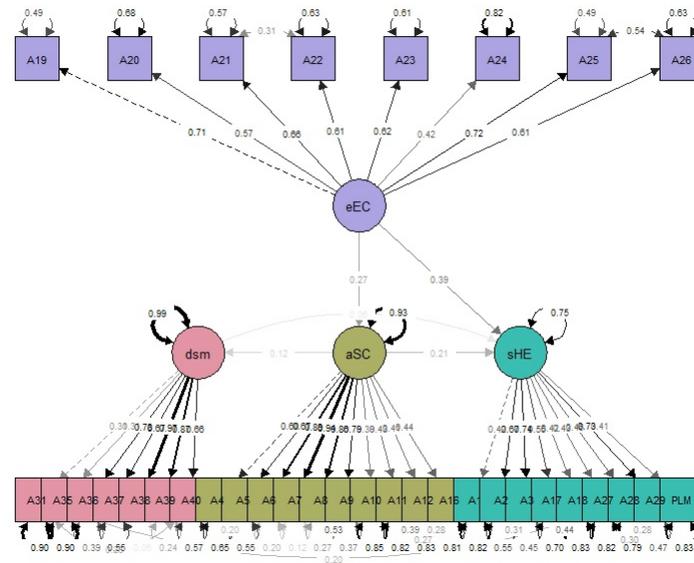


Figura 5.25: Diagrama de ruta mediación simple matemática sexto grado

Se realizó un bootstrap con muestras de arranque de 500. La salida incluye los intervalos de confianza del 95%. Basado en el hecho de que el intervalo de confianza (IC) para $b1 * d$ (efecto indirecto en ambiente, desempeño y servicios) fue de [0,001 , 0,011] este no incluye 0, pero esta muy cercano de cero, para el intervalo de confianza (IC) para $a1 * b2$ (efecto indirecto en entorno, ambiente y servicios) fue de [0,025 , 0,043], las estimaciones siguen siendo de 0,005 y 0,034 respectivamente. Además, debido a que el IC para $a2$ (efecto directo entre entorno y servicios) fue [0,191 , 0,271] no contiene 0, $a2$ es significativamente diferente de 0. Por lo tanto, se puede concluir que existe un efecto de mediación parcial en este modelo y que el entorno de la escuela influye significativamente a través del ambiente del salón de clases en el rendimiento académico.

Modelo de mediación múltiple matemática sexto grado

Para este modelo rendimiento académico (PLM) en matemática sexto grado se consideró que servicios básicos hogar y escuela (sHE) es variable mediadora entre entorno

en la escuela y comunidad (eEyC) y rendimiento académico (PLM); así como ambiente en el salón de clases (asc) es variable mediadora entre entorno en la escuela y comunidad (eEyC) y servicios básicos hogar y escuela (sHE); también desempeño docente (dsm) es variable mediadora entre ambiente en el salón de clases (asc) y servicios básicos hogar y escuela (sHE). Además que entorno en la escuela y comunidad (eEyC) tiene un efecto directo en el rendimiento (PLM), ver figura 5.25.

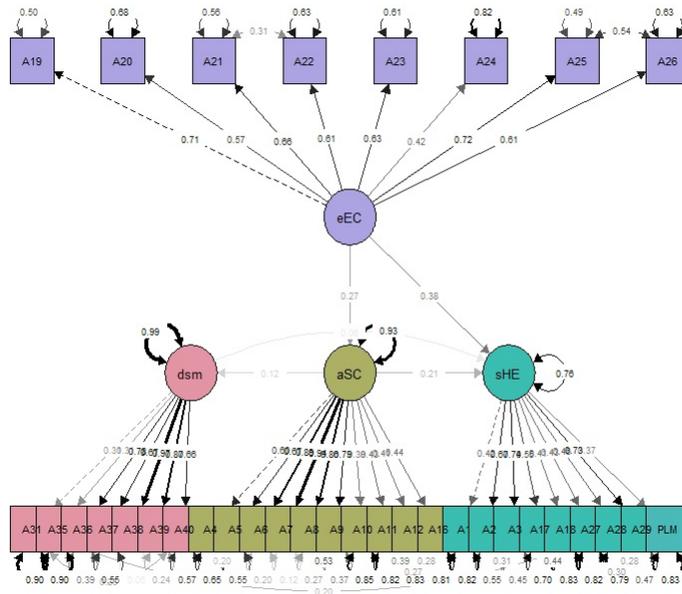


Figura 5.26: Diagrama de ruta mediación múltiple matemática sexto grado

Para evaluar el ajuste del modelo se verificaron los índices de ajuste más relevantes, CFI=0,923, TLI = 0,915, RMSEA = 0,049, SRMR = 0,057. Se observa que este modelo tiene un SRMR igual al SRMR= 0,057 del modelo base.

Se utilizó la prueba de Sobel para saber que tan significativa es la mediación de servicios en este modelo, el resultado incluye la estimación del parámetro que fue de 0,200, y el valor p_{value} de 0. Como las variables mediadoras ambiente no tienen un efecto directo a rendimiento no se incluyeron dentro del análisis de variables mediadoras.

Se realizó un bootstrap con muestras de arranque de 500. La salida incluye los intervalos de confianza del 95%. Basado en el hecho de que el intervalo de confianza (IC) para $a_2 * b_1$ (efecto indirecto en entorno, servicios y rendimiento) fue de [0,157 , 0,242] este no incluye 0, existe un efecto de mediación significativo, la estimación sigue siendo de 0,200. Además, debido a que el IC para c' (efecto directo entre entorno y rendimiento) fue [0,031 , 0,154] no contiene 0, c' es significativamente diferente de 0. Por lo tanto, se puede concluir que existe un efecto de mediación parcial.

Después de realizar las pruebas de mediación se pudo concluir que existe un efecto de mediación parcial tanto en los modelos de mediación simple como en los modelos de mediación múltiple. Se aceptó el modelo de mediación múltiple como un buen modelo, con base en la prueba de Sobel.

5.3.6. Análisis de moderación

La moderación ocurre cuando el efecto del predictor (X) sobre el resultado (Y) depende del moderador (Z), si existe un efecto de moderación el término de interacción XZ es significativo en el nivel alfa 0,05. Para el caso de los modelos presentados en este capítulo el efecto de moderación no fue significativo, por lo tanto se concluyó que no hay efecto de moderación.

5.3.7. Validación de los modelos

Para la validación del modelo, se verificó si este estaba afectado por el método común de la varianza (CMV) para ello se utilizó el segundo enfoque que permite ver y controlar el impacto del sesgo del método común después de la recopilación de datos. Es decir se utilizó un análisis post-hoc, para evitar que la CMV amenazé la validez de las conclusiones sobre los modelos.

Validación español y matemática tercer grado

Primero se utilizó la prueba de factor único de Harman (1960), este procedimiento se llevó a cabo mediante un análisis factorial exploratorio con todas las variables de interés y se analizó la matriz de factores no rotada. Si la varianza total extraída por un factor supera el 50%, el sesgo del método común está presente. Para el modelo de mediación múltiple español tercer grado la varianza total extraída por un factor fue de 34%, y para el modelo de mediación múltiple matemática tercer grado fue de 36%, por lo que no hay problema con el método común de la varianza (CMV).

En segundo lugar se utilizó la técnica de la variable de marcador de método común de los resultados que se obtuvieron (ver apéndice G) se puede concluir que:

1. Los modelos convergen, ya que tiene una estadística χ^2 igual a cero.
2. Los coeficientes tienen errores estándar, no tener errores estándar es una señal de problema con el sesgo del método común.
3. No hay estimaciones extremadamente grandes, lo que indica estimaciones razonables.
4. La variable A20 que es disponibilidad de libros y materiales en la escuela según el director, tiene una estimación negativa en ambos modelos, pero no afecta la varianza, lo que no indica mayor problema en los modelos.
5. No hay varianzas negativas.

Todo lo anterior indica una especificación correcta de ambos modelos, y no hay problema con el método común de la varianza (CMV).

En tercer lugar se utilizó la relación de correlaciones heterotrait-monotrait ratio of correlations por sus siglas en inglés (HTMT), como criterio de validez discriminante, en Rstudio con el paquete lavaan y la función htmt donde se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 5.28: Criterio HTMT en modelo español tercer grado.

	EntornoFyC	Gestión	Desempeño
EntornoFyC	1,000		
Gestión	0,450	1,000	
desempeño	0,118	0,220	1,000

Tabla 5.29: Criterio HTMT en modelo matemática tercer grado.

	EntornoFyC	Gestión	Desempeño
EntornoFyC	1,000		
Gestión	0,450	1,000	
desempeño	0,110	0,179	1,000

Considerando el umbral de 0,85 para el criterio HTMT se encontró que no hay problemas de validez discriminante para correlaciones entre constructos.

Validación español y matemática sexto grado

Prueba de factor único de Harman (1960), si la varianza total extraída por un factor supera el 50%, el sesgo del método común está presente. Para el modelo de mediación múltiple español sexto grado la varianza total extraída por un factor fue de 16%, y para el modelo de mediación múltiple matemática sexto grado fue de 17%, por lo que no hay problema con el método común de la varianza (CMV).

En segundo lugar se utilizó la técnica de la variable de marcador de método común de los resultados que se obtuvieron (ver apéndice G) se puede concluir que:

1. Los modelos convergen, ya que tiene una estadística χ^2 igual a cero.
2. Los coeficientes tienen errores estándar, no tener errores estándar es una señal de problema con el sesgo del método común.
3. No hay estimaciones extremadamente grandes, lo que indica estimaciones razonables.

4. La variable A24 que es asistencia al centro educativo, tiene una estimación negativa en el modelo de español, pero no afecta la varianza de este, lo que no indica mayor problema en el modelo.
5. La variable A39 que es actualización docente, no es significativa en las variables latentes común, pero si en el factor al que pertenece y en la varianza, lo que no indica mayor problema en el modelo.
6. No hay varianzas negativas.

Todo lo anterior indica una especificación correcta de ambos modelos, y no hay problema con el método común de la varianza (CMV).

En tercer lugar se utilizó la relación de correlaciones heterotrait-monotrait ratio of correlations por sus siglas en inglés (HTMT), donde se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 5.30: Criterio HTMT en modelo español tercer grado.

	Desempeño	AmbienteSC	ServiciosHyE	EntornoEyC
Desempeño	1,000			
AmbienteSC	0,102	1,000		
ServiciosHyE	0,201	0,265	1,000	
EntornoEyC	0,059	0,302	0,296	1,000

Tabla 5.31: Criterio HTMT en modelo matemática sexto grado.

	Desempeño	AmbienteSC	ServiciosHyE	EntornoEyC
Desempeño	1,000			
AmbienteSC	0,154	1,000		
ServiciosHyE	0,150	0,266	1,000	
EntornoEyC	0,051	0,297	0,346	1,000

Considerando el umbral de 0,85 para el criterio HTMT se encontró que no hay problemas de validez discriminante para correlaciones entre constructos.

5.4. Conclusiones

Los modelos de ecuaciones estructurales nacieron de la necesidad de dotar de mayor flexibilidad a los modelos de regresión (Bollen, 1989).

1. Ecuaciones estructurales es una técnica de análisis estadístico superior a la regresión múltiple ya que permite realizar análisis de múltiples relaciones teóricas simultáneamente y además hacer comparaciones entre grupos y el uso de factores latentes reduce el error de medida.
2. Una vez que se ha obtenido la estimación de los parámetros del modelo es necesario un diagnóstico sobre la adecuación de la solución y la bondad del modelo para comprobar la significación de los parámetros estimados. Ninguno de los modelos propuestos presentó varianzas negativas o correlaciones mayores que 1 o menores que -1. En cuanto a la bondad de los modelos estadísticos que se utilizaron (CFI, TLI, RMSEA y SRMR) permitieron seleccionar los modelos que mejor se ajustaron a los parámetros.
3. El coeficiente de confiabilidad permite evaluar la magnitud en que los ítems de un instrumento están correlacionados. Los modelos presentaron un ajuste aceptable de 0,70 según Alpha de Cronbach y 0,50 para la varianza extraída media para casi todos los factores.
4. Se realizó un análisis de mediación en los modelos por medio de la prueba de Sobel y se realizó un bootstrap con muestras de arranque de 500 para saber que tan significativa era la mediación en los modelos. Las pruebas indicaron que existe un efecto de mediación parcial tanto en los modelos de mediación simple como en los modelos de mediación múltiple, se consideró que el modelo de mediación múltiple es un buen modelo con base en la prueba de Sobel, tanto en los modelos de tercero como sexto grado, español y matemática.
5. Para la validación de los modelos, se verificó si este fue afectado por el método común de la varianza (CMV), utilizando un análisis post-hoc, los resultados

indicaron una especificación correcta de los modelos, y no hay problema con el método común de la varianza (CMV).

6. Para el factor entorno de la comunidad y familia las variables con mayor influencia fueron: servicios con los que cuenta el hogar, bienes con los que cuenta el hogar, alimentación en el hogar, servicios con los que cuenta la comunidad; esto indica que los recursos con los que se cuenta en el hogar se asocian al aprendizaje y determinan que a mejores condiciones económicas, mejor rendimiento escolar.
7. En el factor desempeño docente las variables con mayor influencia fueron: ambiente laboral y acompañamiento docente. El clima positivo en la escuela promueve el respeto, entre docentes, así como entre estudiantes-docentes, y estudiantes. El acompañamiento docente permite una asistencia y puntualidad a su jornada de clase, dando como resultado tiempo efectivo del que disponen los estudiantes con sus profesores, así como la responsabilidad de estos en el uso de los tiempos en el salón de clases.

La relevancia de estas variables en el rendimiento académico indica la importancia de la formación de los docentes para la planificación y dominio del tiempo de las clases, así como la influencia de los valores en el aula. Si bien el modelo no mostró una asociación directa del desempeño docente con el rendimiento académico, esto no significa que la preparación docente no es importante para el proceso de enseñanza-aprendizaje.

8. En el factor gestión directiva las variables con mayor influencia fueron: instalaciones de la escuela, servicios básicos de la escuela. Estas variables ayudan a comprender que los recursos de las escuelas inciden en el aprendizaje. La variable disponibilidad de libros y materiales en la escuela según el director influye negativamente en el factor, esto indica que entre más recursos tiene la escuela, menos gestión realizarán los directivos. Considerando que cuando los estudiantes tienen cuadernos y libros de texto para cada materia tienden a obtener mayores resultados.

9. En el factor ambiente salón de clases las variables con mayor influencia fueron: técnicas de evaluación y monitoreo de las prácticas docentes. Estas variables indican que el uso de diferentes técnicas de evaluación ayudará a tener mejores resultados en el rendimiento escolar, que acompañar a los docentes en las prácticas que realizan en el salón de clase permitirá una mejora en el uso de las metodologías para el proceso de enseñanza aprendizaje.

5.5. Consideraciones finales

La gran ventaja de los modelos de ecuaciones estructurales, apoyado del análisis factorial exploratorio y confirmatorio, es que permiten proponer el tipo de relaciones que se espera encontrar entre las diversas variables, para luego estimar los parámetros que vienen especificados por las relaciones propuestas, permitiendo así confirmar las relaciones propuestas.

Los modelos de ecuaciones estructurales permiten realizar un diagnóstico sobre la adecuación de la solución y la bondad de ajuste del modelo, lo que lleva a realizar análisis de mediación o moderación según sea el caso para ver el comportamiento de cada una de las variables contra las demás y así obtener el mejor ajuste del modelo.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajos futuros

A lo largo de esta tesis se han revisado conceptos sobre eficacia escolar, calidad de la educación, rendimiento escolar y los diferentes modelos que permiten obtener los factores asociados al rendimiento escolar. Así como la importancia de estos modelos, sus supuestos y estimación. Esta tesis inició con el capítulo 2, donde se realizó la revisión de estudios sobre calidad de educación, así como estudios sobre los factores asociados al rendimiento escolar realizados a nivel internacional y nacional, y una descripción general de los modelos utilizados para la determinación de los factores que afectan el rendimiento escolar.

Se trabajaron 4 bases de datos, español y matemática para tercer y sexto grado, la selección de las variables que fueron analizadas en los diferentes modelos utilizados, se realizó aplicando la técnica estadística de análisis de componentes principales (ACP).

En el capítulo 3 se hizo un ajuste por modelo de regresión múltiple. En los cuatro modelos se realizaron las pruebas de Theil, la prueba de Klein y VIF para verificar la existencia de problemas de colinealidad y se encontró que era un problema moderado. Para el supuesto de homocedasticidad se aplicaron las pruebas Breusch-Pagan, Prueba Harvey, Prueba Glesjer, Breusch-Pagan-Godfrey y Prueba White, estas pruebas indicaron la existencia de heterocedasticidad. Debido a esto se decidió transformar la variable dependiente en logaritmo y realizar las pruebas nuevamente para comparar resultados, y se agregó la prueba de errores estándar robustos de White para saber

qué tan grave era el problema de heterocedasticidad, que indicó que en los modelos donde se transformó la variable dependiente en logaritmo el problema de heterocedasticidad no es tan grave. Se realizaron las pruebas de Shapiro-Wilk y Jarquea-Bera en ambas pruebas los cuatro modelos rechazaron la hipótesis nula de normalidad en los errores. En los cuatro mejores modelos log-lineal se observaron los valores de R cuadrado ajustado bajos, lo que sugirió que no es el modelo más adecuado para el análisis de factores que afectan el rendimiento escolar.

Con respecto a los resultados acerca de los factores asociados estos modelos indicaron que clima en el aula escolar, servicios con los que cuenta el hogar, disponibilidad de materiales en la escuela, puntualidad del docente, inciden positivamente en el aprendizaje de estudiantes. Así como que no contar con ambientes seguros para el aprendizaje y no poseer los materiales necesarios inciden negativamente en el aprendizaje de los estudiantes.

En el capítulo 4 se realizaron modelaciones multinivel donde los datos están estructurados de manera jerárquica, debido a que solo era posible realizar la modelación con dos niveles se decidió realizar comparaciones con el enfoque frecuentista y bayesiano, por cada enfoque se trabajó con cuatro modelos: español y matemática para tercer y sexto grado.

Iniciando con el enfoque frecuentista, se elaboró primero el modelo nulo y los modelos de cada uno de los niveles, hasta que finalmente se analizó el efecto que tienen de manera conjunta las variables de los dos niveles sobre el rendimiento de los estudiantes. Luego en los cuatro modelos se realizó un análisis descriptivo de los residuos y se observó que la varianza de los residuos es igual en todos los grupos, lo que indicó que se cumple el supuesto de homocedasticidad. También mediante el estudio del gráfico de los valores predichos frente a los residuos estandarizados se pudo confirmar que el supuesto de ortogonalidad se cumplió. Se realizó la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk y se rechaza la hipótesis nula que establece que los errores se distri-

buyen normalmente.

Para el enfoque bayesiano cabe aclarar que como se transformó la variable dependiente en logaritmo, se utilizó una familia lognormal, con una priori normal con media 0 y desviación estándar 5, para todos los efectos a nivel de población. Se elaboraron los modelos de cada uno de los niveles, hasta que finalmente se analizó el efecto que tienen de manera conjunta las variables de los dos niveles. Para saber si las estimaciones eran confiables se aplicaron las pruebas de Bulk-ESS, Tail-ESS y Rhat y los resultados indicaron que las cadenas de Markov convergen, por lo tanto, las estimaciones eran confiables, pero al observar los efectos fijos, los resultados de los parámetros de las variables eran pequeños. Para probar si es más pequeño que el parámetro de desviación estándar de intercepción, se aplicó el método de prueba de hipótesis lineal general, para saber si el intervalo de credibilidad no contiene cero, lo que indicó que las desviaciones estándar difieren entre sí en la dirección esperada y se pueden aceptar.

En ambos enfoques la estimación de la variación en las intersecciones entre escuelas y la variación dentro de la escuela es muy similar, en ambos casos se mantienen cercanas a cero. La correlación intraclase ICC es mayor en el enfoque bayesiano. En estos modelos no se permitió proponer el tipo y la dirección de las relaciones en la jerarquía de grupos anidados.

Con respecto a los resultados acerca de los factores asociados estos modelos indicaron que clima en el aula escolar, servicios con los que cuenta el hogar, disponibilidad de materiales en la escuela, puntualidad del docente, actividades dentro del salón, el uso del computador y el liderazgo inciden positivamente en el aprendizaje de estudiantes. Así como que no contar con ambientes seguros para el aprendizaje, ingresos en el hogar y no poseer los materiales necesarios inciden negativamente en el aprendizaje de los estudiantes. A diferencia de los modelos de regresión múltiple acá se pudo identificar otras variables con influencia en el aprendizaje de los estudiantes como por

ejemplo el uso del computador y el liderazgo, así como la importancia del nivel de escuela al encontrar que los logros alcanzados por los estudiantes en gran medida se explican por las características propias de las instituciones.

En el capítulo 5 se trabajó igualmente con cuatro modelos: español y matemática para tercer y sexto grado. Se realizaron en los cuatro modelos el análisis factorial exploratorio (AF), luego el análisis factorial confirmatorio (AFC) y finalmente el modelo de ecuaciones estructurales (SEM por sus siglas en inglés). Se aplicó la prueba de Bartlett y esta indicó que las variables no están correlacionadas y que se puede aplicar un AF; al igual que el criterio de Kaiser-Meyer-Olkin. Se utilizó Scree Plot y análisis paralelo para determinar el número de factores, ambos indicaron tres factores para los modelos de tercer grado y cuatro factores para los modelos de sexto grado.

En el análisis factorial confirmatorio, primero se verificó si los datos siguen una distribución normal multivariada, para ello se utilizó el test de Mardia que indicó que los datos no siguen una distribución normal multivariada. También se verificaron los índices de ajuste más relevantes CFI, TLI, RMSEA y SRMR lo que permitió verificar la coherencia estadística de los modelos y realizar las “reespecificaciones” necesarias hasta obtener un buen ajuste.

En el modelo de ecuaciones estructurales se evaluó el nivel de colinealidad por medio del factor VIF lo que permitió concluir que no hay colinealidad entre las variables. Para la validación del modelo, se verificó si este estaba afectado por el método común de la varianza (CMV) por medio de factor único de Harman y la técnica de la variable de marcador y heterotrait-monotrait ratio of correlations (HTMT), se encontró que no hay problemas de validez discriminante para correlaciones entre constructos. Se verificó la mediación en los modelos y utilizó la prueba de Sobel y un Bootstrap y se concluyó que existe un efecto de mediación parcial en los modelos.

Con respecto a los resultados acerca de los factores asociados en estos modelos, se

obtuvo que las variables con mayor influencia para el factor entorno de la comunidad: servicios con los que cuenta el hogar, bienes con los que cuenta el hogar, alimentación en el hogar, servicios con los que cuenta la comunidad. En el factor desempeño docente: ambiente laboral, acompañamiento docente, clima positivo. En el factor gestión directiva: instalaciones de la escuela, servicios básicos de la escuela, disponibilidad de libros y materiales en la escuela. En el factor ambiente salón de clases: técnicas de evaluación y monitoreo de las prácticas docentes. A diferencia de los modelos de regresión multinivel acá se identificó qué variables corresponden a cada factor y la influencia de estas variables en el rendimiento. Estos modelos permitieron ver que no solo las características propias de las instituciones influyen en los logros de los estudiantes, sino también las características de la comunidad. Finalmente, los resultados muestran que el factor socioeconómico tanto de los estudiantes como de sus escuelas sigue siendo muy relevante.

Después de haber revisado los resultados en base a los modelos propuestos en esta tesis se puede concluir que los modelos de ecuaciones estructurales presentan una gran ventaja en comparación con los modelos multinivel, debido a que estos se apoyan en el análisis factorial exploratorio y confirmatorio, permitiendo realizar pruebas para “reespecificar” los modelos y obtener las mejores estimaciones en los modelos, además permite ver el sesgo del método común después de la recopilación de datos y así validar las conclusiones de los modelos. No se puede negar el poder del análisis multinivel para identificar la variabilidad de los grupos dentro y entre ellos, lo que ha popularizado su uso en las agencias dedicadas al estudio de los factores del rendimiento escolar. Los resultados obtenidos indicaron que los modelos de regresión múltiple no son los más apropiados para este tipo de estudios.

6.1. Trabajos futuros

Los modelos multinivel y los modelos de ecuaciones estructurales se han trabajado y desarrollado por separado desde conceptos y metodologías distintas. Los modelos

multinivel tratan con el análisis de datos agrupados y tienen como objetivo el descomponer la varianza observada entre los componentes dentro de los grupos y entre los grupos. Los modelos de ecuaciones estructurales por su parte tratan con la modelación de medias y de las covarianzas en datos multivariados.

La combinación de los modelos multinivel y los modelos de ecuaciones estructurales ofrece a los investigadores la capacidad de responder una variedad de preguntas de investigación sofisticadas. Específicamente, los Modelos de Ecuaciones Estructurales Multinivel (ML-SEM por sus siglas en inglés) (Rabe-Hesketh et al., 2012), son útiles para probar las relaciones causales y tomar en cuenta el error de la medición de constructos con datos jerárquicos. Los ML-SEM pueden generalizarse a modelos con más de dos niveles de agrupamiento así como a datos longitudinales en los que los puntos temporales son un primer nivel agrupados en el segundo nivel de individuos. De esta forma, el enfoque ML-SEM es un marco muy general que proporciona la flexibilidad para estimar una gran variedad de modelos (Arauz, 2020).

Debido a que en los modelos de ecuaciones estructurales no es posible medir la variabilidad entre y dentro de grupos. Se propone como trabajo futuro el uso de los modelos de ecuaciones estructurales multinivel en el estudio de los factores asociados al rendimiento escolar en Honduras, que permita medir las observaciones de forma jerárquica de grupos anidados y algunas variables de interés que no se pueden medir directamente, sino por medio de variables latentes o factores.

Bibliografía

Abdi, H. (2007). Partial least square regression PLS-regression. *Encyclopedia of Measurement and Statistics*.

ACE (2018). Claves para el mejoramiento escolar. Chile, Fyrma Gráfica Ltda.

Aguinis, H. (2003). *Regression Analysis for Categorical Moderators*. New York: Guilford Press.

Aitkin, M. and Longford, N. (1986). Statistical modelling issues in school effectiveness studies. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, Vol. 149, No. 1 (1986), pp. 1-43.

Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions On Automatic Control*, VOL. AC-19, KO. 6, December 1974.

ANEP (2008). Administración nacional de educación pública. *anep.edu*.

Arauz, A. F. F. (2020). Comparación entre modelos de datos multinivel a través de ecuaciones estructurales con estimación bayesiana y pequeñas varianzas a priori en las cargas factoriales cruzadas. *Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, Costa Rica*.

Ato, M. and Vallejo, G. (2011). Los efectos de terceras variables en la investigación psicologica. *Anales de Psicología*, vol. 27, núm. 2, mayo, 2011, pp. 550-561.

Bagozzi, R. P., Yi, Y., and Phillips, L. W. (2012). Assessing construct validity in organizational research. *Administrative Science Quarterly*, Vol. 36, No. 3 (Sep., 1991), pp. 421-458.

- Baron, R. M. and Kenny, D. A. (1986). The moderator–mediator variable distinction in social psychological research: Conceptual, strategic, and statistical considerations. *Journal of Personality and Social Psychology*, 51, 1173–1182.
- Bates, D., Mächler, M., Bolker, B. M., and Walker, S. C. (2014). Fitting linear mixed-effects models using lme4. *Cornell University, Bogotá*.
- Bickel, R. (2007). Multilevel analysis for applied research: it's just regression!. *Series editor's note by David A. Denny, The Guilford Press*.
- Bollen, K. A. (1989). Structural equations with latent variables. *John Wiley & Sons*.
- Bollen, K. A. and StineSource, R. (1982). Direct and indirect effects: Classical and bootstrap estimates of variability. *Sociological Methodology, Vol. 20 (1990), pp. 115-140*.
- Breusch, T. S. and Pagan, A. R. (1979). A simple test for heteroscedasticity and random coefficient variation. *Econometrica, Vol. 47, No. 5 (September, 1979)*.
- Bustamante, A. M. G. (2015). Dirección escolar exitosa en España. *Universidad Autónoma de Madrid*.
- Bürkner, P.-C. (2017). brms: An R package for bayesian multilevel models using Stan. *Journal of Statistical Software, August 2017, Volume 80, Issue 1*.
- Campbell, D. T. and Fiske, D. W. (1959). Convergent and discriminant validation by the multitrait–multimethod matrix. *Psychological Bulletin*, 56, 81–105.
- Carmona, M. and Carrion, H. (2015). Potencia de la prueba de estadística de normalidad. *UAEM, 2015*.
- Cattell, R. B. (1966). The scree test for the number of factors. *Multivariate Behavioral Research*, 1:2, 245-276.
- Cattell, R. B. (1970). Factor analysis: An introduction and manual for the psychologist and social scientist. *Greenwood Press, 1977*.

- Chin, W. W., Thatcher, J. B., Wright, R. T., and Steel, D. (2012). Controlling for common method variance in PLS analysis: The measured latent marker variable approach. *Springer, Germany*.
- Coleman, J. S. et al. (1966). Equality of educational opportunity. *National Center for Educational, Statistics Number: OE-38001*.
- Collins, L. M., Graham, J. J., and Flaherty, B. P. (2010). An alternative framework for defining mediation. *Multivariate Behavioral Research, 33:2, 295-312*.
- Córdoba, E. H. (2019). Selección del mejor conjunto de regresión. *Universidad la Laguna, 2019*.
- Costales, J. A., Catulay, J. J. J. E., Costales, J. A., and Bermudez, N. P. (2022). Kaiser-Meyer-Olkin factor analysis: A quantitative approach on mobile gaming addiction using random forest classifier. *Conferencia: ICISDM 2022 En: Silicon Valley, CA, EE. UU.*
- Cronbach, L. J. (1951). Coefficient alpha and the internal structure of tests. *Psychometrika, 16(3), pág. 297-334*.
- Curran, P. J., West, S. G., and Finch, J. F. (1996). The robustness of test statistics to nonnormality and specification error in confirmatory factor analysis. *American Psychological Association, Vol. 1, No. 1, 16-29*.
- de la Orden, A., Oliveros, L., Mafokozí, J., and Gonzalez, C. (2001). Modelos de investigación del bajo rendimiento. *Revista complutense de Educación, Vol. 12 Núm. 1(2001): 159-178*.
- de la Rubia, J. M. (2019). Revisión de los criterios para validez convergente estimada a través de la varianza media extraída. *Psychologia, 13(2), pp. 25-41*.
- Díaz, M. R. (2008). Introducción a los modelos de ecuaciones estructurales. *Metodología en la investigación sobre discapacidad. Introducción al uso de las ecuaciones estructurales VI Seminario Científico SAID, Publicaciones del INICO, Colección Actas, Salamanca, 2008*.

- Eichhorn, B. R. (2014). Common method variance techniques. *Cleveland State University, Department of Operations & Supply Chain Management. Cleveland, OH: SAS Institute Inc, 1(11)*.
- Escobedo, M. T., Hernández, J. A., Ortega, V. E., and Moreno, G. M. (2015). Modelos de ecuaciones estructurales: Características, fases, construcción, aplicación y resultados. *Ciencia & Trabajo, 18(55), 16–22*.
- Everitt, B. and Hothorn, T. (2011). An introduction to applied multivariate analysis with R. *Springer Science Business Media*.
- Fabrigar, L. R. and Wegener, D. T. (2000). Analysis and design for nonexperimental data addressing causal and noncausal hypothesis. *Handbook of research methods in social and personality psychology (pp. 412–450)*. New York: Cambridge University Press.
- Fernández, V. P. (2012). Los modelos multinivel en el análisis de factores de riesgo de sibilancias recurrentes en lactantes. Enfoques frecuentista y bayesiano. *Tesis doctoral para la obtención del grado de doctor, por la universidad de Murcia*.
- Finch, W. H., Bolin, J., and Kelley, K. (2014). Multilevel modeling using R. *Taylor & Francis Group, 2014*.
- Fornell, C. and Larcker, D. F. (1981). Evaluating structural equation models with unobservable variables and measurement error. *Journal of Marketing Research, Vol. 18, No. 1 (Feb., 1981), pp. 39-50*.
- Frazier, P. A., Tix, A. P., and Barron, K. E. (2004). Testing moderator and mediator effects in counseling psychology research. *Journal of Counseling Psychology 2004, Vol. 51, No. 1, 115–134*.
- Frisch, R. (1934). Statistical confluence analysis by means of complete regression systems. *Oslo, Noruega : Universitetets Okonomiske Institute*.
- Frías-Navarro, D. (2022). Apuntes de estimación de la fiabilidad de consistencia interna de los ítems de un instrumento de medida. *Universidad de Valencia. España, Proyecto: "Research design, analysis and writing of results"*.

- Gelman, A. and Pardoe, I. (2012). Bayesian measures of explained variance and pooling in multilevel (hierarchical) models. *Taylor & Francis Group, Technometrics*, 241-251.
- Glejser, H. (1969). Test for heteroskedasticity. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 64, No. 325 (Mar., 1969), pp.316-323.
- Godfrey, L. G. (1977). Testing for multiplicative heteroskedasticity. *Journal of Econometrics* 8 (1978) 227-236.
- Granados, R. M. (2016). Modelos de regresión lineal múltiple. *Documentos de Trabajo en Economía Aplicada. Universidad de Granada, España.*
- Gray, J., Hopkins, D., Wilcox, D. R. B., Farrell, S., and Jesson, D. (1999). Improving schools: performance and potential. *Buckingham: Open University Press.*
- Gujarati, D. and Porter, D. (2010). *Econometría. McGraw-Hill/Irwin, 2010.*
- Guttman, L. (1954). Some necessary conditions for common-factor analysis. *Psychometrika—Vol. 19, No. 2, June, 1954.*
- Harman, H. (1960). *Modern factor analysis.* Chicago, IL. University of Chicago Press.
- Harvey, A. C. (1976). Estimating regression models with multiplicative. *Econometría*, Vol. 44, No. 3 (May, 1976), pp. 461-465.
- Henseler, J., Ringle, C. M., and Sarstedt, M. (2012). Using partial least squares path modeling in advertising research: basic concepts and recent issues. *En Manual de investigación sobre publicidad internacional, Editorial Edward Elgar.*
- Henseler, J., Ringle, C. M., and Sarstedt, M. (2015). A new criterion for assessing discriminant validity in variance-based structural equation modeling. *Revista de la Academia de Ciencias del Marketing*, 43(1): 115-135:115–135.
- Holmbeck, G. N. (1997). Toward terminological, conceptual, and statistical clarity in the study of mediators and moderators: examples from the child-clinical and pedia-

- tric psychology literatures. *Consulting and Clinical Psychology*. 1997, Aug, 65(4):599-610.
- Hopkins, D. (2001). School improvement for real. *London: Routledge Falmer*.
- Horn, J. L. (1965). A rationale and test for the number of factors in factor analysis. *Psychometrika*—Vol. 30, No. 2, June, 1965.
- Hox, J., Moerbeek, M., and de Schoot, R. V. (2018). Multilevel analysis techniques and applications. *Taylor & Francis Group, 2018*.
- Iacobucci, D. (2008). *Mediation Analysis*. Quantitative Applications in the Social Sciences 156. SAGE Publications, Inc.
- IEA (2001). Avances en el estudio internacional de alfabetización en lectura - IEA. www.iea.nl.
- IEA (2011). Ciclos pasados - IEA. www.iea.nl.
- IEA (2019). Researching education, improving learning. <https://www.iea.nl>.
- Iñiguez-Berrozpe, T. and Marcaletti, F. (2018). Modelos lineales multinivel en SPSS y su aplicación en investigación educativa. *REIRE*, 11(1), enero 2018.
- Jarque, C. M. and Bera, A. K. (1980). Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters* 6 (1980), pp 255-259, *North-Holland Publishing Company*.
- Jarvis, C. B., MacKenzie, S. B., and Podsakoff, P. M. (2003). A critical review of construct indicators and measurement model misspecification in marketing and consumer research. *Journal of Consumer Research*, Vol. 30, No. 2 (September 2003), pp. 199-218.
- Jimenez, E. U. (1994). *Econometría. El modelo lineal*. Ediciones Paraninfo S.A. Madrid, España.

- Johnson, R. A. and Wichern, D. W. (2007). Applied multivariate statistical analysis. *Pearson Education 2007*.
- Jolliffe, I. (2005). Principal component analysis. *Encyclopedia of Statistics in Behavioral Science, Volume 3, pp. 1580–1584*.
- Jorgensen, B. (1993). The theory of linear models. *Chapman & Hall*.
- Jurado, J. C. Z. (2013). Análisis multinivel del rendimiento escolar en matemáticas para cuarto grado de educación básica primaria en Colombia. *Sociedad y Economía No. 25, 2013, pp. 205-236*.
- Jöreskog, K. G. and Sörbom, D. (1993). LISREL 8: Structural equation modeling with the SIMPLIS command language. *Scientific Software International*.
- Klein, L. and Nakamura, M. (1962). Singularity in the equation systems of econometrics: Some aspects of the problem of multicollinearity. *International Economic Review, Vol. 3, No. 3 (Sep., 1962), pp. 274-299*.
- Labraca, J. M. I. (2021). Modelos de ecuaciones estructurales. *Universidad de Almería, España*.
- Levin, J. (1987). Factorial analysis of partial covariance matrices. *Educational and Psychological Measurement, , 47(3), 617–619*.
- Lindell, M. K. and Whitney, D. J. (2001). Accounting for common method variance in cross-sectional research designs. *Journal of Applied Psychology 2001, Vol. 86, No. 1, 114-121*.
- López, J. F. (2017). Coeficiente de determinación (R cuadrado). *Economía Enciclopedia*.
- Maas, C. J. and Hox, J. J. (2004). Robustness issues in multilevel regression analysis. *Statistica Neerlandica, Vol. 58, pp. 127–137*.
- Mardia, K. V. (1970). Measures of multivariate skewness and kurtosis. *Biometrika (1970), 57, 3, p. 519, Printed in Great Britain*.

- Martin, M. O. and Kelly, D. L. (1998). Technical report, volume III: Implementation and analysis. *Library of Congress Catalog Card Number: 99-60717*.
- McElreath, R. (2020). Statistical rethinking a bayesian course with examples in R and Stan. *Taylor & Francis Group*.
- MIDEH (2017). Estudio de factores asociados al desempeño académico 2017. *USAID HONDURAS*.
- Molinero, L. M. (2003). ¿Qué es el método de estimación de máxima verosimilitud y cómo se interpreta? *Asociación de la sociedad Española de hipertensión*.
- Mulaik, S. A. (2009). Linear causal modeling with structural equations. *Chapman & Hall book*.
- Mulaik, S. A., James, L. R., Alstine, J. V., Bennett, N., Lind, S., and Stilwell, C. D. (1989). Evaluation of goodness-of-fit indices for structural equation models. *Psychological Bulletin, 1989, Vol. 105. No. 3, 430-445*.
- Mullis, I., Martin, M., Kennedy, A., and Foy, P. (2006). International report, IEA's progress in international reading literacy study in primary schools in 40 countries. www.iea.nl.
- Nalborczyk, L., Batailler, C., Loevenbruck, H., Vilain, A., and Bürkner, P. (2019). An introduction to bayesian multilevel models using brms: A case study of gender effects on vowel variability in standard indonesian. *University Grenoble Alpes*.
- Navarro, R. E. (2003). El rendimiento académico: concepto, investigación y desarrollo. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*.
- OECD (2017). PISA 2015 results (volume V). *OECD Publishing*.
- Oviedo, H. C. and Campo-Arias, A. (2005). Aproximación al uso del coeficiente alfa de Cronbach. *Revista Colombiana de Psiquiatría, vol.34*.

- Peng, D. X. and Lai, F. (2012). Using partial least squares in operations management research: A practical guideline and summary of past research. *Journal of Operations Management*, 30(6), 467-480.
- Podsakoff, P. M., MacKenzie, S. B., Lee, J.-Y., and Podsakoff, N. P. (2003). Common method biases in behavioral research: A critical review of the literature and recommended remedies. *Journal of Applied Psychology* Copyright 2003 by the American Psychological Association, Inc. 2003, Vol. 88, No. 5, 879–903.
- Pool, M. A. and O'Farrel, P. N. (1971). The assumptions of the linear regression model. *Transactions of the Institute of British Geographers*, pág. 145-158.
- PREAL (2002). Informe de progreso educativo Hoduras. *Ricardo Ernesto Maduro Andreu FEREMA*.
- Pérez, E., Medrano, L. A., and Sánchez, J. R. (2017). El path analysis: conceptos básicos y ejemplos de aplicación. *Revista Argentina de Ciencias del Comportamiento*, Abril 2013, Vol. 5, N°1, 52-66.
- Quesada, M. (2010). Análisis de series. Modelos heterocedásticos. *Univerdiad de Granada*.
- Quintana, L. (2016). Econometría aplicada usando R. *UNAM*, 2016.
- Rabe-Hesketh, S., Pickles, A., and Skrondal, A. (2012). Generalized multilevel structural equation modeling. *Handhook of structural equation modeling* (pp. 512–531).
- Ramos, F. M., Correa, P. R., Aravena, G. P., Pérez, J. A., and Mariano, A. M. (2019). Exploring the predictive power of the TAM model: An empirical comparison of the estimation based on CBSEM, PLS and ANN. *Revista Ibérica de Sistemas e Tecnologías de Información*, pp 660–670.
- Rencher, A. C. and Schaalje, G. B. (2008). Linear models in statistics. *John Wiley & Sons*.

- Repiso, M. M. (2000). La mejora de la eficacia escolar. *Ministerio de educación cultura y deporte Número: 144, Colección: investigación, Serie: calidad y mejora escolar.*
- Research, A. I. F. (2019). Proyecto MIDEH. *www.air.org.*
- Richardson, H. A., Simmering, M. J., and Sturman, M. C. (2009). A tale of three perspectives: Examining post hoc statistical techniques for detection and correction of common method variance. *Organizational Research Methods, 12(4), 762-800.*
- Rivas, L. and Cruz, C. (2021). Análisis de factores que afectan el rendimiento escolar en español tercer grado en Honduras. *Libro de Resúmenes V Encuentro Bienal Centroamericano y del Caribe de Investigación y Posgrado.*
- Rivas, L. and Cruz, C. (2022). Análisis multinivel de factores que afectan el rendimiento escolar en español tercer grado en Honduras. *Paradigma: Revista De Investigación Educativa, 29(48), 93-119.*
- Roback, P. and Legler, J. (2021). Beyond multiple, linear regression. Applied generalized linear models and multilevel models in R. *Taylor & Francis Group.*
- Rojas, H. A. G., Zea, J. F., and Velásquez, M. A. (2010). Modelamiento bayesiano conjunto de media y varianza en modelos lineales mixtos. *Universidad Santo Tomás, Bogotá.*
- Ross, K. (2005). *Sample design for educational survey research. Quantitative research methods in education planning.* International Institute for Educational Planning (IIEP). UNESCO. Paris.
- Rosseel, Y. (2012). lavaan: An R package for structural equation modeling. *Journal of Statistical Software, May 2012, Volume 48, Issue 2.*
- Royston, J. P. (1982). An extension of Shapiro and Wilk's W test for normality to large samples. *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics), Vol. 31, No. 2 (1982), pp. 115-124.*

- Ruiz, M. A., Pardo, A., and Martín, R. S. (2010). Modelo de ecuaciones estructurales. *Papeles del Psicólogo*, 2010. Vol. 31(1), pp. 34-45.
- Rummel, R. J. (1970). Applied factor analysis. Evanston, IL: Northwestern University Press.
- Savalei, V. and Bentler, P. (2006). Structural equation modeling. *The handbook of marketing research: Uses, misuses, and future advances*, 330, 36.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, Vol. 6, No. 2 (Mar., 1978), pp. 461-464.
- SE (1999). Carta/acuerdo entre la secretaria de educación y la UNESCO. *Secretaria de educación Honduras*.
- Seber, G. A. F. and Lee, A. J. (2003). Linear regression analysis. John Wiley & Sons.
- Seghouane, A.-K. and Amari, S.-I. (2007). The AIC criterion and symmetrizing the Kullback–Leibler divergence. *IEEE TRANSACTIONS ON NEURAL NETWORKS*, VOL. 18, NO. 1, JANUARY 2007.
- Shapiro, S. S. and Wilk, M. B. (1965). An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, Vol. 52, No. 3/4 (Dec., 1965), pp. 591-611.
- Sobel, M. E. (1982). Asymptotic confidence intervals for indirect effects in structural equation models. *Sociological Methodology*, 13, 290-321.
- Steiger, J. H. (2000). Point estimation, hypothesis testing and interval estimation using the RMSEA: some comments and reply to Hayduk and Glaser. *Structural equation modeling*, 7(2), 149-162, Laurence Erlbaum Associates, Inc.
- Stoll, L. and Fink, D. (1999). Para cambiar nuestras escuelas. Reunir la eficacia y la mejora. Barcelona: Octaedro.
- Stringfield, S., Reynolds, D., Creemers, B., Nesselrodt, P., Schanffer, E., and Teddlie, C. (1994). A model of elementary school effects. *Advances in School Effectiveness Research and Practice*, 1994: 153-187.

- Taborga, C. E. V. (2013). Comparación de los modelos formativo, reflexivo y de antecedentes de evaluación estudiantil del servicio de docencia. *Revista de métodos cuantitativos para la economía y la empresa*, páginas 95-120.
- Team, R. C. (2020). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- Tehseen, S., Ramayah, T., and z, S. S. (2017). Testing and controlling for common method variance: A review of available methods. *Journal of Management Sciences*, Vol. 4(2): 146-175, 2017.
- Theil, H. (1971). Principles of econometrics. *John Wiley & Sons, New York and North-Holland Publishing Company, Amsterdam*.
- Tone, E. R. M. (2017). Descripción metodológica del modelo de ecuaciones estructurales con el método de estimación de mínimos cuadrados parciales. *Universidad Nacional Agraria, La Molina, Lima, Perú*.
- Torrecilla, J. M. (2003a). El movimiento teórico-práctico de mejora de la escuela. Algunas lecciones aprendidas para transformar los centros docentes. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*. Vol. 1, No. 2.
- Torrecilla, J. M. (2003b). Una panorámica de la investigación iberoamericana sobre eficacia escolar. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*. Vol 1, No. 1.
- Torrecilla, J. M. (2007). Investigación iberoamericana sobre eficacia escolar. *Bogotá: Convenio Andrés Bello*.
- Torrecilla, J. M. (2008a). Enfoque, situación y desafíos de la investigación sobre eficacia escolar para la mejora de la calidad y la equidad educativas. *Oficina Regional de Educación de la UNESCO para América Latina y el Caribe (OREALC/UNESCO Santiago) y el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE)*.

- Torrecilla, J. M. (2008b). Los modelos multinivel como herramienta para la investigación educativa. *Revista Internacional de Investigación en Educación*, vol. 1, núm. 1, julio-diciembre, 2008, pp.45-62.
- UMCE (2017). Seguimiento a indicadores educativos 2016, plan de nación 2010-2022: factores asociados al rendimiento académico. *Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán*.
- UMCE (2018). Factores asociados al rendimiento académico 2017, plan de nación 2010-2022. *Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán*.
- UNESCO (1998). Primer estudio internacional comparativo sobre lenguaje, matemática y factores asociados en tercero y cuarto grado. *Publicado por el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación*.
- UNESCO (2000a). Primer estudio internacional comparativo sobre lenguaje matemática y factores asociados, para alumnos del tercer y cuarto grado de la educación básica. *Publicado por el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación*.
- UNESCO (2000b). Situación y tendencias 2000, evaluación del aprovechamiento escolar. *Foro consultivo internacional sobre educación para todos*.
- UNESCO (2007). Informe de seguimiento de la educación para todos en el mundo. *Fortemps*.
- UNESCO (2008). Segundo estudio regional comparativo y explicativo. Santiago. *Salesianos Impresiones*.
- UNESCO (2013). Factores asociados al aprendizaje en el SERCE. *Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe*.
- UNESCO (2016a). Factores asociados TERCE. *Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe*.

- UNESCO (2016b). Reporte técnico tercer estudio comparativo y explicativo. *Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe*.
- UNESCO (2016c). Tercer estudio comparativo y explicativo. *Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe*.
- UNESCO (2019). UNESCO.org. www.unesco.org.
- UNESCO (2021a). Estudio regional comparativo y explicativo, evaluación de logros de los estudiantes. *Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe*.
- UNESCO (2021b). Presentación de resultados de factores asociados ERCE. *Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe*.
- Uyanto, S. S. (2019). Test de homocedasticidad para observaciones previamente clasificadas. *School of Economics and Business, Atma Jaya Catholic University of Indonesia*.
- Vehtari, A., Gelman, A., and Gabry, J. (2016). Practical bayesian model evaluation using leave-one-out cross-validation and WAIC. *Springer Science Business Media, New York 2016*.
- Vehtari, A., Gelman, A., Simpson, D., Carpenter, B., and Bürkner, P.-C. (2021). Rank-normalization, folding, and localization: An improved \hat{R} for assessing convergence of MCMC (with discussion). *Bayesian Analysis (2021) 16, Number 2, pp. 667–718*.
- Veiga, M. A. G. (2011). Análisis causal con ecuaciones estructurales de la satisfacción ciudadana con los servicios municipales. *Santiago de Compostela, Chile*.
- Velez, E., Schiefelbein, E., and Valenzuela, J. (1994). Factores que afectan el rendimiento académico en la educación primaria. *Revista Latinoamericana de Innovaciones Educativas*.
- Velzen, W. V. (2003). Making school improvement work. *Leuven: ACCO*.
- Verran, J. A. and Ferketich, S. L. (1987). Testing linear model assumptions: Residual analysis. *Nursing Research, 36(2), 127–130*.

- Waldman, D. M. (1983). A note on algebraic equivalence of White test and a variation of the Godfrey-Breusch-Pagan test for heteroscedasticity. *Economics Letters* 13(1983) 197-200.
- Weber, G. (1971). Inner-city children can be taught to read: Four successful schools. *Council for Basic Education*.
- White, H. (1980). A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. *Econometrica*, Vol. 48, No. 4 (May, 1980), pp. 817-838.
- Wright, S. (1934). The method of path coefficients. *The Annals of Mathematical Statistics*, 5, 161-215.
- Wu, A. D. and Zumbo, B. D. (2007). Understanding and using mediators and moderators. *Springer Science + Business Media*.
- Yong, A. G. and Pearce, S. (2013). A beginner's guide to factor analysis: Focusing on exploratory factor analysis. *Tutorials in Quantitative Methods for Psychology* 2013, Vol. 9(2), p. 79-94.
- Zhang, Z. and Wang, L. (2017). *Advanced statistics using R*. Granger, IN: ISDSA Press.

Apéndice A

Tablas: variables significativas de los modelos lineales

Tabla A.1: Variables significativas del modelo lineal de español tercer grado

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Género	-5,570	2,602	-2,140	0,032
Clima en el aula escolar	5,795	0,794	7,293	0,000
Prácticas de recreación	1,867	0,307	6,066	0,000
Ingresos en el hogar	0,643	0,236	2,723	0,007
Servicios con los que cuenta el hogar	2,841	1,057	2,686	0,007
Instalaciones en la escuela	3,528	0,636	5,542	0,000
Infraestructura del aula	-1,482	0,891	-1,663	0,096
Servicios básicos de la escuela	10,184	1,521	6,694	0,000
Libros en la escuela según el director	-11,530	1,607	-7,172	0,000
Evaluación desempeño docente	1,636	0,657	2,489	0,013
Consejo docente	1,332	0,429	3,102	0,002
Preparación docente	0,833	0,429	1,942	0,052
Actualización docente	4,679	2,266	2,065	0,039
Técnicas de evaluación	-0,936	0,422	-2,218	0,027
Ambiente laboral según el docente	-3,284	0,629	-5,220	0,000
Violencia en el aula según el docente	1,419	0,725	1,958	0,050
Acompañamiento docente	0,957	0,354	2,701	0,007

Tabla A.2: Variables significativas del modelo lineal de matemática tercer grado

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Libros en la escuela según el estudiante	3,813	1,516	2,516	0,012
Trabajo infantil	4,338	1200	3,613	0,000
Clima en el aula escolar	8,216	0,775	10,594	0,000
Nivel educativo de los padres	1,105	0,422	2,616	0,009
Servicios en el hogar	2,614	1,032	2,532	0,011
Servicios en la comunidad	-0,804	0,433	-1,855	0,064
Clima negativo del barrio	0,441	0,210	2,092	0,037
Gusto por la lectura	1,554	0,778	2,996	0,046
El director cuenta con 2 trabajos	-6,010	2,624	-2,290	0,022
Instalaciones en la escuela	1,770	0,621	2,848	0,004
Servicios básicos de la escuela	10,397	1,477	7,035	0,000
Libros en la escuela según el director	-11,107	1,587	-6,998	0,000
Programas escolares adicionales	-1,004	0,587	-1,708	0,088
Satisfacción laboral según el director	-1,053	0,635	-1,658	0,098
Evaluación desempeño docente	3,669	0,655	5,594	0,000
Preparación docente	1,221	0,417	2,925	0,003
Actualización docente	3,694	2,206	1,674	0,094
Ambiente laboral según el docente	-2,205	0,609	-3,617	0,000
Gestión directiva interna según el docente	0,994	0,344	2,884	0,004
Monitoreo de las prácticas docentes	1,060	0,315	3,360	0,001

Tabla A.3: Variables significativas del modelo lineal de español sexto grado

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Género	-6,771	2,423	-2,794	0,005
Nivel educativo de los padres	1,630	0,368	4,423	0,000
Servicios con los que cuenta el hogar	3,561	0,855	4,162	0,000
Bienes con los que cuenta el hogar	2,003	0,288	6,955	0,000
Clima en el salón de clases	-3,480	0,878	-3,964	0,000
Puntualidad del docente	5,812	1,102	5,273	0,000
Actitud del docente en clases	1,194	0,543	2,197	0,028
Preparación docente en la materia	2,264	0,710	3,189	0,001
Liderazgo en el salón de clases	-2,379	0,631	-3,766	0,000
Hostilidad en el salón de clases	2,140	0,633	3,379	0,001
Razón por la que lee el niño	0,820	0,434	1,891	0,059
Prácticas de recreación	-3,821	0,995	-3,837	0,000
Uso del computador	-11,081	2,629	-4,214	0,000
Acceso a internet	10,944	2,463	4,443	0,000
Uso del computador en el tiempo libre	1,098	0,544	2,018	0,044
Ingresos en el hogar	0,525	0,189	2,778	0,006
Servicios en la comunidad	1,445	0,728	1,984	0,047
Clima negativo del barrio	-0,748	0,279	-2,680	0,007
Supervisión de estudios en el hogar	2,107	0,740	2,845	0,004
Comunicación con la escuela	-1,510	0,406	-3,713	0,000
Servicios básicos de la escuela	5,935	0,859	6,902	0,000
Satisfacción laboral según el director	-0,898	0,526	-1,708	0,088
Evaluación desempeño docente	0,134	0,060	2,226	0,026
Preparación docente	-0,319	0,136	-2,338	0,019

Tabla A.4: Variables significativas del modelo lineal de matemática sexto grado

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Género	6,048	2,655	2,277	0,023
Edad	7,353	2,781	2,644	0,008
Nivel educativo de los padres	1,642	0,498	3,297	0,001
Bienes en el hogar	1,132	0,317	3,568	0,000
Puntualidad del docente	3,052	1,175	2,597	0,009
Actitud del docente en clases	1,148	0,596	1,924	0,055
Liderazgo en el salón de clases	-2,325	0,691	-3,363	0,001
Hostilidad en el salón de clases	2,175	0,671	3,239	0,001
Razón por la que lee el niño	1,285	0,460	2,793	0,005
Prácticas de recreación	-2,945	1,054	-2,792	0,005
Uso del computador	-8,371	2,975	-2,814	0,005
Acceso a internet	5,628	2,918	1,929	0,054
Uso del computador en el tiempo libre	1,726	0,583	2,959	0,003
Nivel educativo de los padres	0,865	0,423	2,044	0,041
Clima negativo del barrio	0,547	0,228	2,398	0,017
Clima positivo del barrio	-0,678	0,353	-1,920	0,055
Gusto por la lectura	3,004	0,777	3,864	0,000
Asistencia al centro educativo	1,336	0,313	4,259	0,000
Instalaciones en la escuela	2,522	0,501	5,025	0,000
Servicios básicos de la escuela	1,997	0,952	2,098	0,036
Preparación docente	0,461	0,233	1,976	0,048
Actualización docente	-3,516	1,674	-2,100	0,036
Clima del aula según docente	2,489	0,713	3,491	0,000
Acompañamiento docente	1,778	0,607	2,925	0,003
Gestión directiva interna según docente	-4,001	0,514	-7,773	0,000
Monitoreo de las prácticas docentes	0,985	0,370	2,663	0,008

Apéndice B

Tablas: variables significativas de los modelos log-lineales

Tabla B.1: Variables significativas del modelo log-lineal de español tercer grado

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Género	-0,007	0,004	-1,803	0,071
Clima en el aula escolar	0,008	0,001	7,259	0,000
Prácticas de recreación	0,003	0,000	6,253	0,000
Ingresos en el hogar	0,001	0,000	2,358	0,018
Servicios con los que cuenta el hogar	0,004	0,002	2,596	0,009
Instalaciones en la escuela	0,005	0,001	5,338	0,000
Infraestructura del aula	-0,002	0,001	-1,751	0,080
Servicios básicos de la escuela	0,015	0,002	6,581	0,000
Disponibilidad de libros y materiales en la escuela según el director	-0,016	0,002	-6,880	0,000
Evaluación desempeño docente	0,003	0,001	2,811	0,005
Consejo docente	0,002	0,001	3,147	0,002
Preparación docente	0,001	0,001	2,018	0,044
Actualización docente	0,007	0,003	2,201	0,028
Técnicas de evaluación	-0,001	0,001	-2,014	0,044
Ambiente laboral según el docente	-0,005	0,001	-5,290	0,000
Violencia en el aula según el docente	0,002	0,001	1,693	0,091
Acompañamiento docente	0,001	0,001	2,698	0,007

Tabla B.2: Variables significativas del modelo log-lineal de matemática tercer grado

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Disponibilidad de libros y materiales en la escuela según el estudiante	0,006	0,002	2,812	0,005
Trabajo infantil	0,007	0,002	3,813	0,000
Clima en el aula escolar	0,012	0,001	10,641	0,000
Nivel educativo de los padres	0,002	0,001	2,554	0,011
Servicios con los que cuenta el hogar	0,004	0,002	2,631	0,009
Servicios con los que cuenta la comunidad	-0,001	0,001	-1,854	0,064
Clima negativo del barrio o comunidad hogar	0,001	0,000	1,913	0,056
Gusto por la lectura	0,002	0,001	1,820	0,069
El director cuenta con dos trabajos	-0,008	0,004	-2,119	0,034
Instalaciones en la escuela	0,003	0,001	2,814	0,005
Servicios básicos de la escuela	0,015	0,002	6,853	0,000
Disponibilidad de libros y materiales en la escuela según el director	-0,015	0,002	-6,695	0,000
Evaluación docente	0,006	0,001	5,797	0,000
Programas escolares adicionales	0,006	0,001	5,797	0,000
Preparación docente	0,002	0,001	3,042	0,002
Actualización docente	0,005	0,003	1,710	0,087
Ambiente laboral según el docente	-0,003	0,001	-3,645	0,000
Gestión directiva interna según el docente	0,001	0,001	2,964	0,003
Monitoreo de las prácticas docentes	0,001	0,000	3,201	0,001

Tabla B.3: Variables significativas del modelo log-lineal de español sexto grado

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Género	-0,009	0,004	-2,623	0,009
Edad	0,007	0,004	1,916	0,055
Nivel educativo de los padres	0,002	0,001	4,245	0,000
Servicios con los que cuenta el hogar	0,005	0,001	4,287	0,000
Bienes con los que cuenta el hogar	0,003	0,000	7,003	0,000
Clima en el salón de clases	-0,005	0,001	-3,835	0,000
Puntualidad del docente	0,008	0,002	5,043	0,000
Actitud del docente en el salón de clases	0,002	0,001	2,641	0,008
Preparación docente en la materia	0,003	0,001	3,178	0,001
Liderazgo en el salón de clases	-0,003	0,001	-3,409	0,001
Hostilidad en el salón de clases	0,003	0,001	3,301	0,001
Razón por la que lee el niño	0,001	0,001	1,902	0,057
Prácticas de recreación	-0,005	0,001	-3,690	0,000
Uso del computador	-0,015	0,004	-3,911	0,000
Acceso a internet	0,013	0,004	3,601	0,000
Uso del computador en el tiempo libre	0,001	0,001	1,856	0,064
Ingresos en el hogar	0,001	0,000	2,458	0,014
Servicios con los que cuenta la comunidad	0,002	0,001	1,750	0,080
Clima negativo del barrio o comunidad	-0,001	0,000	-2,741	0,006
Supervisión de estudios en el hogar	0,003	0,001	2,915	0,004
Comunicación con la escuela	-0,002	0,001	-3,434	0,001
Servicios básicos de la escuela	0,009	0,001	7,173	0,000
Satisfacción laboral según el director	-0,001	0,001	-1,710	0,087
Preparación docente	-0,001	0,000	-2,623	0,009
Ambiente laboral según el docente	0,001	0,001	1,656	0,098
Gestión directiva interna según el docente	-0,001	0,001	-2,035	0,042

Tabla B.4: Variables significativas del modelo log-lineal de matemática sexto grado

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Género	0,009	0,004	2,198	0,028
Edad	0,011	0,004	2,694	0,007
Nivel educativo de los padres según hijo	0,002	0,001	2,987	0,003
Bienes con los que cuenta el hogar	0,002	0,000	3,621	0,000
Puntualidad del docente	0,005	0,002	2,704	0,007
Actitud del docente en el salón de clases	0,002	0,001	2,141	0,032
Liderazgo en el salón de clases	-0,003	0,001	-3,289	0,001
Hostilidad en el salón de clases	0,003	0,001	3,132	0,002
Razón por la que lee el niño	0,002	0,001	2,745	0,006
Prácticas de recreación	-0,004	0,002	-2,620	0,009
Uso del computador	-0,012	0,004	-2,766	0,006
Acceso a internet	0,008	0,004	1,814	0,070
Uso del computador en el tiempo libre	0,002	0,001	2,847	0,004
Nivel educativo de los padres	0,001	0,001	1,898	0,058
Clima negativo del barrio o comunidad	0,001	0,000	2,443	0,015
Clima positivo del barrio o comunidad	-0,001	0,001	-1,890	0,059
Gusto por la lectura	0,004	0,001	3,755	0,000
Asistencia al centro educativo	0,002	0,000	4,281	0,000
Instalaciones en la escuela	0,003	0,001	4,631	0,000
Servicios básicos de la escuela	0,003	0,001	2,339	0,019
Preparación docente	0,001	0,000	2,136	0,033
Actualización docente	-0,005	0,003	-2,147	0,032
Clima del aula según el docente	0,004	0,001	3,370	0,001
Acompañamiento docente	0,002	0,001	2,672	0,008
Gestión directiva interna según el docente	-0,006	0,001	-7,525	0,000
Monitoreo de las prácticas docentes	0,002	0,001	2,763	0,006

Apéndice C

Tablas: variables significativas de los modelos multinivel enfoque frecuentista

Tabla C.1: Variables significativas del modelo frecuentista con variables de nivel estudiante español tercer grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Género	-0,007	0,004	-2,046	0,041
Edad	0,010	0,004	2,580	0,010
Trabajo infantil	0,004	0,002	2,184	0,029
Clima en el aula	0,007	0,001	5,468	0,000
Prácticas de recreación	0,002	0,000	4,889	0,000
Ingresos en el hogar	0,001	0,000	3,298	0,001
Servicios con los que cuenta el hogar	0,005	0,001	3,942	0,000
Supervisión de estudios en el hogar	0,002	0,001	2,058	0,0400
Comunicación con la escuela	-0,001	0,001	-1,727	0,084

Tabla C.2: Variables significativas del modelo frecuentista con variables de nivel estudiantante matemática tercer grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Disponibilidad de libros y materiales en la escuela	0,004	0,002	1,950	0,051
Trabajo infantil	0,009	0,002	5,505	0,000
Clima en el aula escolar	0,009	0,001	8,363	0,000
Servicios con los que cuenta el hogar	0,004	0,001	3,290	0,001
Gusto por la lectura	0,003	0,001	2,789	0,005
Supervisión de estudios en el hogar	0,003	0,001	2,649	0,008
Comunicación con la escuela	-0,001	0,001	-1,767	0,077

Tabla C.3: Variables significativas del modelo frecuentista con variables de nivel estudiantante español sexto grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Género	-0,007	0,003	-2,191	0,029
Edad	0,013	0,004	3,750	0,000
Nivel educativo de los padres	0,004	0,001	6,695	0,000
Servicios con los que cuenta el hogar	0,004	0,001	3,516	0,000
Bienes con los que cuenta el hogar	0,003	0,000	6,255	0,000
Clima en el salón de clases	-0,006	0,001	-4,626	0,000
Puntualidad del docente	0,006	0,002	4,133	0,000
Actitud del docente en el salón de clases	0,003	0,001	3,748	0,000
Preparación docente en la materia	0,002	0,001	1,936	0,053
Liderazgo en el salón de clases	-0,002	0,001	-3,248	0,001
Hostilidad en el salón de clases	0,002	0,001	2,691	0,007
Razón por la que lee el niño	0,002	0,001	2,494	0,013
Prácticas de recreación	-0,004	0,001	-2,840	0,005
Uso del computador	-0,007	0,003	-2,005	0,045
Uso del computador en el tiempo libre	0,002	0,001	2,810	0,005
Nivel educativo de los padres según los padres	0,002	0,001	3,938	0,000
Supervisión de estudios en el hogar	0,003	0,001	3,251	0,001
Comunicación con la escuela	-0,002	0,001	-3,105	0,002

Tabla C.4: Variables significativas del modelo frecuentista con variables de nivel estudiante matemática sexto grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Género	0,009	0,004	2,2890	0,022
Edad	0,012	0,004	3,097	0,002
Nivel educativo de los padres	0,002	0,001	3,172	0,002
Bienes con los que cuenta el hogar	0,002	0,000	4,862	0,000
Puntualidad del docente	0,004	0,002	2,503	0,013
Actitud del docente en el salón de clases	0,002	0,001	3,087	0,002
Liderazgo en el salón de clases	-0,003	0,001	-4,373	0,000
Hostilidad en el salón de clases	0,003	0,001	2,869	0,004
Razón por la que lee el niño	0,002	0,001	3,168	0,002
Prácticas de recreación	-0,004	0,002	-2,847	0,004
Uso del computador	0,003	0,001	3,375	0,001
Ingresos en el hogar	0,001	0,000	2,758	0,006
Clima negativo del barrio o comunidad	0,001	0,000	2,454	0,014
Clima positivo del barrio o comunidad	-0,001	0,001	-2,396	0,017
Gusto por la lectura	0,003	0,001	2,914	0,004
Asistencia al centro educativo	0,001	0,000	2,777	0,006

Tabla C.5: Variables significativas del modelo frecuentista con variables de nivel escuela español tercer grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Instalaciones en la escuela	0,004	0,002	2,213	0,028
Servicios básicos de la escuela	0,015	0,004	3,671	0,000
Disponibilidad de libros y materiales en la escuela	-0,018	0,006	-3,628	0,000
Consejo docente	0,002	0,001	2,378	0,018

Tabla C.6: Variables significativas del modelo frecuentista con variables de nivel escuela matemática tercer grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Servicios básicos de la escuela	0,019	0,004	5,467	0,000
Disponibilidad de libros y materiales en la escuela	-0,017	0,005	-3,186	0,002
Evaluación desempeño docente	0,006	0,002	2,882	0,005
Monitoreo de las prácticas docentes	0,002	0,001	2,511	0,013

Tabla C.7: Variables significativas del modelo frecuentista con variables de nivel escuela español sexto grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Servicios básicos escuela	0,022	0,002	13,682	0,000
Preparación docente	-0,001	0,001	-2,198	0,029

Tabla C.8: Variables significativas del modelo frecuentista con variables de nivel escuela español sexto grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	Valor t	pr(> t)
Servicios básicos de la escuela	0,010	0,002	5,332	0,000
Programas escolares adicionales	0,001	0,000	4,275	0,000
Preparación docente	0,002	0,001	1,957	0,052
Gestión directiva interna según el docente	-0,002	0,001	-1,866	0,064

Apéndice D

Tablas: variables significativas de los modelos multinivel enfoque Bayesiano

Tabla D.1: Variables significativas del modelo bayesiano con variables de nivel estudiante español tercer grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	l-95 % CI	u-95 % CI	Rhat	Bulk-ESS	Tail-ESS
Género	-0,001	0,001	-0,002	0,000	1,000	2085	1146
Edad	0,002	0,001	0,001	0,003	1,00	2345	1582
Trabajo infantil	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	2263	1446
Clima en el aula	0,001	0,000	0,001	0,001	1,000	2475	1337
Prácticas de recreación	0,000	0,000	0,000	0,001	1,000	1998	1670
Ingresos en el hogar	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	2313	1744
Servicios en el hogar	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	1858	1585

Tabla D.2: Variables significativas del modelo bayesiano con variables de nivel estudiante matemática tercer grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	l-95 % CI	u-95 % CI	Rhat	Bulk-ESS	Tail-ESS
Trabajo infantil	0,002	0,000	0,001	0,002	1,000	1953	1415
Clima en el aula	0,002	0,000	0,001	0,002	1,000	1869	1789
Servicios en el hogar	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	1995	1852
Gustos por la lectura	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	1994	1652

Tabla D.3: Variables significativas del modelo bayesiano con variables de nivel estu-
diente español sexto grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	l-95% CI	u-95% CI	Rhat	Bulk-ESS	Tail-ESS
Edad	0,002	0,001	0,001	0,003	1,000	1844	1361
Nivel educativo de los padres	0,001	0,000	0,001	0,001	1,000	1938	1398
Servicios en el hogar	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	1732	1504
Bienes en el hogar	0,000	0,000	0,000	0,001	1,000	1538	1733
Clima en el salón de clases	-0,001	0,000	-0,001	-0,000	1,000	1970	1796
Puntualidad del docente	0,001	0,000	0,001	0,002	1,000	1747	862
Actitud del docente en el salón	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	2077	1623
Liderazgo en el salón de clases	-0,000	0,000	-0,001	-0,000	1,000	1970	1479
Hostilidad en el salón de clases	0,000	0,0001	0,0001	0,0006	1,00	1662	1636
Razón por la que lee el niño	0,0003	0,000	0,000	0,000	1,000	1916	1690
Prácticas de recreación	-0,001	0,000	-0,001	-0,000	1,000	2032	1251
Uso del computador	-0,001	0,001	-0,002	-0,000	1,000	2143	987
Uso del computador en el tiempo libre	0,000	0,000	0,000	0,001	1,000	1921	1089
Supervisión de estudios en el hogar	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	2021	1003
Comunicación con la escuela	-0,000	0,000	-0,0004	-0,000	1,000	2298	1623

Tabla D.4: Variables significativas del modelo bayesiano con variables de nivel estu-
diente matemática sexto grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	l-95% CI	u-95% CI	Rhat	Bulk-ESS	Tail-ESS
Género	0,001	0,001	0,000	0,003	1,000	2199	1156
Edad	0,002	0,001	0,001	0,003	1,000	2375	1536
Nivel educativo de los padres	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	2264	1393
Bienes con los que cuenta el hogar	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	2380	1843
Puntualidad del docente	0,000	0,000	0,000	0,001	1,000	2097	1103
Actitud del docente en el salón de clases	0,000	0,000	0,000	0,001	1,000	1986	1564
Liderazgo en el salón de clases	-0,001	0,000	-0,001	-0,000	1,000	1982	1490
Hostilidad en el salón de clases	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	2433	1636
Razón por la que lee el niño	0,000	0,000	0,000	0,001	1,000	1767	1463
Gusto por la lectura	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	2163	1504
Asistencia al centro educativo	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	2037	1303

Tabla D.5: Variables significativas del modelo bayesiano con variables de nivel escuela español tercer grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	l-95% CI	u-95% CI	Rhat	Bulk-ESS	Tail-ESS
Servicios básicos en la escuela	0,003	0,001	0,002	0,004	1,000	557	1053
Disponibilidad de libros en la escuela	-0,003	0,001	-0,005	-0,002	1,000	617	971
Evaluación docente	0,001	0,000	-0,000	0,001	1,000	880	1179
Consejo docente	0,001	0,000	0,000	0,001	1,000	1048	1160

Tabla D.6: Variables significativas del modelo bayesiano con variables de nivel escuela matemática tercer grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	l-95% CI	u-95% CI	Rhat	Bulk-ESS	Tail-ESS
Servicios básicos en la escuela	0,003	0,001	0,002	0,004	1,000	349	569
Disponibilidad de libros en la escuela	-0,003	0,001	-0,004	-0,001	1,000	481	910
Evaluación docente	0,001	0,000	0,000	0,002	1,000	339	810

Tabla D.7: Variables significativas del modelo bayesiano con variables de nivel escuela español sexto grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	l-95% CI	u-95% CI	Rhat	Bulk-ESS	Tail-ESS
Servicios básicos en la escuela	0,003	0,000	0,003	0,004	1,000	431	683

Tabla D.8: Variables significativas del modelo bayesiano con variables de nivel escuela matemática sexto grado.

Nombre de las variables	Estimación	Error Estándar	l-95% CI	u-95% CI	Rhat	Bulk-ESS	Tail-ESS
Servicios básicos en la escuela	0,002	0,000	0,001	0,002	1,000	681	1113
Programas escolares adicionales	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	2013	1576

Apéndice E

Tablas: variables significativas en los modelos de ecuaciones estructurales

Tabla E.1: Variables significativas del modelo español tercer grado EE.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A5	0,588	0,014	40,655	0,000
A6	0,671	0,016	41,251	0,000
A7	0,324	0,009	35,981	0,000
A8	0,266	0,008	34,184	0,000
A9	0,261	0,008	34,323	0,000
A10	0,353	0,009	37,335	0,000
A11	0,555	0,014	40,265	0,000
A12	0,580	0,014	40,164	0,000
A13	0,594	0,015	40,727	0,000
A14	0,461	0,012	39,142	0,000
A15	0,530	0,014	38,540	0,000
A17	0,367	0,011	34,551	0,000
A18	0,572	0,014	39,506	0,000
A19	0,139	0,008	16,988	0,000
A20	0,557	0,014	39,291	0,000
A21	0,615	0,015	40,056	0,000
A28	0,350	0,021	16,905	0,000
A30	0,712	0,020	34,776	0,000
A31	0,726	0,019	38,160	0,000
A32	0,412	0,020	20,842	0,000
PL	0,780	0,019	41,835	0,000
EntornoFYC	0,412	0,019	21,174	0,000
Gestión	0,632	0,023	27,921	0,000
Desempeño	0,650	0,029	22,377	0,000

Tabla E.2: Variables significativas del modelo matemática tercer grado EE.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A5	0,505	0,013	40,193	0,000
A6	0,658	0,016	41,507	0,000
A7	0,335	0,010	34,423	0,000
A8	0,288	0,008	34,290	0,000
A9	0,252	0,007	34,095	0,000
A10	0,330	0,009	37,032	0,000
A11	0,529	0,013	40,372	0,000
A12	0,561	0,014	40,370	0,000
A13	0,563	0,014	40,810	0,000
A14	0,393	0,010	37,610	0,000
A15	0,498	0,013	38,466	0,000
A17	0,384	0,011	35,497	0,000
A18	0,153	0,008	18,582	0,000
A19	0,547	0,014	38,763	0,000
A20	0,602	0,015	40,167	0,000
A21	0,554	0,014	38,891	0,000
A28	0,624	0,049	12,641	0,000
A30	0,377	0,078	4,812	0,000
A31	0,821	0,030	26,959	0,000
PLM	0,809	0,019	42,361	0,000
EntornoFYC	0,495	0,021	24,103	0,000
Gestión	0,616	0,022	27,626	0,000
Desempeño	0,376	0,051	7,432	0,000

Tabla E.3: Variables significativas del modelo español sexto grado EE.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A32	0,805	0,019	42,772	0,000
A36	0,808	0,019	42,440	0,000
A37	0,245	0,008	30,144	0,000
A38	0,451	0,012	38,803	0,000
A39	0,129	0,007	17,952	0,000
A40	0,290	0,010	29,305	0,000
A41	0,481	0,012	39,379	0,000
A4	0,601	0,015	41,241	0,000
A5	0,525	0,013	40,473	0,000
A6	0,210	0,007	30,857	0,000
A7	0,170	0,006	27,234	0,000
A8	0,288	0,008	35,168	0,000
A9	0,402	0,011	38,104	0,000
A10	0,819	0,019	42,650	0,000
A11	0,799	0,019	42,547	0,000
A12	0,824	0,019	42,667	0,000
A16	0,797	0,019	42,543	0,000
A1	0,785	0,019	41,100	0,000
A2	0,476	0,015	32,162	0,000
A3	0,413	0,014	29,768	0,000
A15	0,861	0,020	42,020	0,000
A18	0,827	0,020	42,155	0,000
A28	0,720	0,018	39,960	0,000
A29	0,369	0,012	30,387	0,000
A30	0,779	0,019	40,334	0,000
A33	0,828	0,020	41,646	0,000
A17	0,806	0,019	41,926	0,000
A19	0,432	0,014	31,596	0,000
A20	0,639	0,017	38,359	0,000
A21	0,685	0,018	38,959	0,000
A22	0,613	0,016	37,515	0,000
A23	0,656	0,017	38,707	0,000
A24	0,859	0,020	41,908	0,000
A25	0,467	0,014	33,022	0,000
A26	0,623	0,017	37,251	0,000
PLES	0,643	0,017	38,804	0,000
Desempeño	0,134	0,011	12,671	0,000
AmbienteSC	0,399	0,019	21,032	0,000
ServiciosHyE	0,214	0,016	13,821	0,000
EntornoEyC	0,132	0,012	11,495	0,000

Tabla E.4: Variables significativas del modelo matemática sexto grado EE.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A31	0,889	0,023	38,383	0,000
A35	0,904	0,024	38,292	0,000
A36	0,391	0,011	35,154	0,000
A37	0,553	0,015	36,934	0,000
A38	0,056	0,006	9,375	0,000
A39	0,241	0,008	30,192	0,000
A40	0,567	0,015	37,032	0,000
A4	0,645	0,017	37,112	0,000
A5	0,547	0,015	36,443	0,000
A6	0,204	0,007	28,223	0,000
A7	0,116	0,006	19,421	0,000
A8	0,269	0,009	31,451	0,000
A9	0,369	0,011	33,867	0,000
A10	0,847	0,022	38,045	0,000
A11	0,815	0,021	37,929	0,000
A12	0,834	0,022	37,997	0,000
A16	0,809	0,021	37,909	0,000
A1	0,823	0,023	36,326	0,000
A2	0,546	0,020	27,786	0,000
A3	0,451	0,018	24,436	0,000
A17	0,700	0,021	34,088	0,000
A18	0,828	0,023	36,262	0,000
A27	0,815	0,023	35,662	0,000
A28	0,753	0,021	35,324	0,000
A29	0,467	0,018	26,620	0,000
A19	0,497	0,017	30,035	0,000
A20	0,678	0,020	34,577	0,000
A21	0,563	0,018	31,665	0,000
A22	0,632	0,019	33,140	0,000
A23	0,608	0,018	33,148	0,000
A24	0,820	0,022	36,681	0,000
A25	0,487	0,016	29,553	0,000
A26	0,626	0,019	32,925	0,000
PLMS	0,834	0,023	36,690	0,000
Desempeño	0,094	0,011	8,635	0,000
AmbienteSC	0,354	0,020	17,397	0,000
ServiciosHyE	0,177	0,017	10,702	0,000
EntornoEyC	0,503	0,025	20,274	0,000

Apéndice F

Tablas: variables significativas en los modelos de ecuaciones estructurales con mediación

Tabla F.1: Variables significativas del modelo mediación simple español tercer grado.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A5	0,588	0,014	40,655	0,000
A6	0,672	0,016	41,253	0,000
A7	0,324	0,009	35,979	0,000
A8	0,266	0,008	34,178	0,000
A9	0,260	0,008	34,292	0,000
A10	0,352	0,009	37,318	0,000
A11	0,555	0,014	40,259	0,000
A12	0,580	0,014	40,157	0,000
A13	0,594	0,015	40,723	0,000
A14	0,461	0,012	39,136	0,000
A15	0,530	0,014	38,532	0,000
A17	0,366	0,011	34,567	0,000
A18	0,573	0,015	39,515	0,000
A19	0,142	0,008	17,593	0,000
A20	0,556	0,014	39,260	0,000
A21	0,615	0,015	40,050	0,000
A28	0,355	0,021	17,213	0,000
A30	0,710	0,020	34,633	0,000
A31	0,726	0,019	38,141	0,000
A32	0,408	0,020	20,585	0,000
PL	0,789	0,019	41,605	0,000
EntornoFYC	0,411	0,019	21,159	0,000
Gestión	0,426	0,016	26,886	0,000
Desempeño	0,629	0,028	22,217	0,000

Tabla F.2: Variables significativas del modelo mediación múltiple español tercer grado.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A5	0,588	0,014	40,655	0,000
A6	0,671	0,016	41,251	0,000
A7	0,324	0,009	35,981	0,000
A8	0,266	0,008	34,184	0,000
A9	0,261	0,008	34,322	0,000
A10	0,353	0,009	37,335	0,000
A11	0,555	0,014	40,264	0,000
A12	0,580	0,014	40,164	0,000
A13	0,594	0,015	40,727	0,000
A14	0,461	0,012	39,143	0,000
A15	0,530	0,014	38,541	0,000
A17	0,368	0,011	34,567	0,000
A18	0,572	0,014	39,510	0,000
A19	0,138	0,008	16,920	0,000
A20	0,557	0,014	39,294	0,000
A21	0,615	0,015	40,061	0,000
A28	0,355	0,021	17,188	0,000
A30	0,710	0,020	34,642	0,000
A31	0,726	0,019	38,143	0,000
A32	0,408	0,020	20,600	0,000
PL	0,781	0,019	41,874	0,000
EntornoFYC	0,412	0,019	21,174	0,000
Gestión	0,429	0,016	26,883	0,000
Desempeño	0,630	0,028	22,220	0,000

Tabla F.3: Variables significativas del modelo mediación simple matemática tercer grado.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A5	0,505	0,013	40,196	0,000
A6	0,658	0,016	41,508	0,000
A7	0,335	0,010	34,394	0,000
A8	0,288	0,008	34,263	0,000
A9	0,252	0,007	34,052	0,000
A10	0,329	0,009	37,006	0,000
A11	0,530	0,013	40,373	0,000
A12	0,561	0,014	40,364	0,000
A13	0,563	0,014	40,812	0,000
A14	0,394	0,010	37,608	0,000
A15	0,499	0,013	38,459	0,000
A17	0,384	0,011	35,552	0,000
A19	0,156	0,008	19,054	0,000
A20	0,545	0,014	38,746	0,000
A21	0,603	0,015	40,178	0,000
A18	0,555	0,014	38,913	0,000
A28	0,631	0,049	12,836	0,000
A30	0,367	0,081	4,546	0,000
A31	0,823	0,030	27,092	0,000
PLM	0,824	0,020	42,155	0,000
EntornoFYC	0,494	0,021	24,081	0,000
Gestión	0,453	0,017	26,798	0,000
Desempeño	0,364	0,049	7,385	0,000

Tabla F.4: Variables significativas del modelo mediación múltiple matemática tercer grado.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A5	0,505	0,013	40,193	0,000
A6	0,658	0,016	41,508	0,000
A7	0,335	0,010	34,423	0,000
A8	0,288	0,008	34,290	0,000
A9	0,252	0,007	34,095	0,000
A10	0,330	0,009	37,032	0,000
A11	0,529	0,013	40,372	0,000
A12	0,561	0,014	40,370	0,000
A13	0,563	0,014	40,810	0,000
A14	0,393	0,010	37,610	0,000
A15	0,498	0,013	38,467	0,000
A17	0,384	0,011	35,499	0,000
A19	0,153	0,008	18,565	0,000
A20	0,547	0,014	38,764	0,000
A21	0,602	0,015	40,168	0,000
A18	0,554	0,014	38,891	0,000
A28	0,631	0,049	12,842	0,000
A30	0,367	0,081	4,548	0,000
A31	0,823	0,030	27,104	0,000
PLM	0,810	0,019	42,379	0,000
EntornoFYC	0,495	0,021	24,103	0,000
Gestión	0,457	0,017	26,820	0,000
Desempeño	0,364	0,049	7,388	0,000

Tabla F.5: Variables significativas del modelo mediación simple español sexto tercer grado.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A32	0,806	0,019	42,783	0,000
A36	0,808	0,019	42,443	0,000
A37	0,246	0,008	30,155	0,000
A38	0,451	0,012	38,812	0,000
A39	0,129	0,007	17,896	0,000
A40	0,289	0,010	29,272	0,000
A41	0,481	0,012	39,384	0,000
A4	0,600	0,015	41,238	0,000
A5	0,525	0,013	40,473	0,000
A6	0,210	0,007	30,865	0,000
A7	0,170	0,006	27,248	0,000
A8	0,288	0,008	35,147	0,000
A9	0,402	0,011	38,088	0,000
A10	0,819	0,019	42,649	0,000
A11	0,799	0,019	42,546	0,000
A12	0,824	0,019	42,665	0,000
A16	0,797	0,019	42,543	0,000
A1	0,784	0,019	41,096	0,000
A2	0,472	0,015	32,003	0,000
A3	0,404	0,014	29,409	0,000
A15	0,861	0,020	42,032	0,000
A18	0,827	0,020	42,159	0,000
A28	0,726	0,018	40,147	0,000
A29	0,378	0,012	31,108	0,000
A30	0,782	0,019	40,463	0,000
A33	0,831	0,020	41,691	0,000
A17	0,806	0,019	41,922	0,000
A19	0,432	0,014	31,600	0,000
A20	0,640	0,017	38,368	0,000
A21	0,685	0,018	38,967	0,000
A22	0,613	0,016	37,522	0,000
A23	0,656	0,017	38,705	0,000
A24	0,859	0,020	41,906	0,000
A25	0,467	0,014	33,007	0,000
A26	0,622	0,017	37,236	0,000
PLES	0,643	0,017	38,757	0,000
Desempeño	0,131	0,010	12,622	0,000
AmbienteSC	0,365	0,017	20,896	0,000
ServiciosHyE	0,163	0,012	13,690	0,000
EntornoEyC	0,133	0,012	11,513	0,000

Tabla F.6: Variables significativas del modelo mediación múltiple español sexto grado.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A32	0,806	0,019	42,782	0,000
A36	0,808	0,019	42,443	0,000
A37	0,246	0,008	30,157	0,000
A38	0,451	0,012	38,812	0,000
A39	0,129	0,007	17,896	0,000
A40	0,290	0,010	29,275	0,000
A41	0,481	0,012	39,384	0,000
A4	0,601	0,015	41,241	0,000
A5	0,525	0,013	40,472	0,000
A6	0,210	0,007	30,859	0,000
A7	0,170	0,006	27,241	0,000
A8	0,288	0,008	35,169	0,000
A9	0,402	0,011	38,105	0,000
A10	0,819	0,019	42,650	0,000
A11	0,799	0,019	42,547	0,000
A12	0,824	0,019	42,667	0,000
A16	0,797	0,019	42,543	0,000
A1	0,785	0,019	41,092	0,000
A2	0,474	0,015	32,036	0,000
A3	0,410	0,014	29,598	0,000
A15	0,860	0,020	42,013	0,000
A18	0,827	0,020	42,150	0,000
A28	0,722	0,018	40,005	0,000
A29	0,371	0,012	30,493	0,000
A30	0,780	0,019	40,354	0,000
A33	0,829	0,020	41,651	0,000
A17	0,806	0,019	41,927	0,000
A19	0,433	0,014	31,601	0,000
A20	0,640	0,017	38,367	0,000
A21	0,685	0,018	38,965	0,000
A22	0,613	0,016	37,519	0,000
A23	0,655	0,017	38,703	0,000
A24	0,859	0,020	41,905	0,000
A25	0,467	0,014	33,002	0,000
A26	0,622	0,017	37,232	0,000
PLES	0,645	0,017	39,029	0,000
Desempeño	0,131	0,010	12,628	0,000
AmbienteSC	0,365	0,017	20,890	0,000
ServiciosHyE	0,163	0,012	13,644	0,000
EntornoEyC	0,132	0,012	11,497	0,000

Tabla F.7: Variables significativas del modelo mediación simple matemática sexto grado.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A31	0,889	0,023	38,384	0,000
A35	0,904	0,024	38,292	0,000
A36	0,391	0,011	35,158	0,000
A37	0,553	0,015	36,937	0,000
A38	0,056	0,006	9,340	0,000
A39	0,241	0,008	30,211	0,000
A40	0,567	0,015	37,035	0,000
A4	0,645	0,017	37,113	0,000
A5	0,547	0,015	36,444	0,000
A6	0,204	0,007	28,230	0,000
A7	0,116	0,006	19,411	0,000
A8	0,269	0,009	31,447	0,000
A9	0,369	0,011	33,863	0,000
A10	0,847	0,022	38,045	0,000
A11	0,815	0,021	37,930	0,000
A12	0,834	0,022	37,997	0,000
A16	0,809	0,021	37,909	0,000
A1	0,822	0,023	36,322	0,000
A2	0,550	0,02	28,081	0,000
A3	0,453	0,018	24,730	0,000
A17	0,697	0,02	34,031	0,000
A18	0,827	0,023	36,234	0,000
A27	0,816	0,023	35,717	0,000
A28	0,755	0,021	35,414	0,000
A29	0,472	0,017	26,974	0,000
A19	0,495	0,017	29,954	0,000
A20	0,677	0,02	34,554	0,000
A21	0,565	0,018	31,701	0,000
A22	0,631	0,019	33,136	0,000
A23	0,610	0,018	33,188	0,000
A24	0,821	0,022	36,690	0,000
A25	0,487	0,016	29,562	0,000
A26	0,627	0,019	32,931	0,000
PLMS	0,832	0,023	36,467	0,000
Desempeño	0,093	0,011	8,630	0,000
AmbienteSC	0,328	0,019	17,310	0,000
ServiciosHyE	0,134	0,013	10,579	0,000
EntornoEyC	0,505	0,025	20,332	0,000

Tabla F.8: Variables significativas del modelo mediación múltiple matemática sexto grado.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A31	0,889	0,023	38,384	0,000
A35	0,904	0,024	38,292	0,000
A36	0,391	0,011	35,158	0,000
A37	0,553	0,015	36,937	0,000
A38	0,056	0,006	9,341	0,000
A39	0,241	0,008	30,210	0,000
A40	0,567	0,015	37,035	0,000
A4	0,645	0,017	37,113	0,000
A5	0,547	0,015	36,444	0,000
A6	0,204	0,007	28,229	0,000
A7	0,116	0,006	19,413	0,000
A8	0,269	0,009	31,447	0,000
A9	0,369	0,011	33,863	0,000
A10	0,847	0,022	38,045	0,000
A11	0,815	0,021	37,930	0,000
A12	0,834	0,022	37,997	0,000
A16	0,809	0,021	37,909	0,000
A1	0,823	0,023	36,331	0,000
A2	0,545	0,020	27,767	0,000
A3	0,449	0,018	24,372	0,000
A17	0,700	0,021	34,112	0,000
A18	0,829	0,023	36,273	0,000
A27	0,815	0,023	35,686	0,000
A28	0,754	0,021	35,356	0,000
A29	0,469	0,018	26,727	0,000
A19	0,497	0,017	30,039	0,000
A20	0,679	0,020	34,578	0,000
A21	0,564	0,018	31,666	0,000
A22	0,632	0,019	33,141	0,000
A23	0,608	0,018	33,146	0,000
A24	0,820	0,022	36,680	0,000
A25	0,487	0,016	29,555	0,000
A26	0,626	0,019	32,927	0,000
PLMS	0,834	0,023	36,679	0,000
Desempeño	0,093	0,011	8,631	0,000
AmbienteSC	0,328	0,019	17,310	0,000
ServiciosHyE	0,134	0,013	10,562	0,000
EntornoEyC	0,503	0,025	20,271	0,000

Apéndice G

Tablas: prueba de la variable de marcador de método común

Tabla G.1: Análisis del método común del modelo español tercer grado.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A5	1,000	-	-	-
A6	0,937	0,030	31,529	0,000
A7	1,320	0,031	42,059	0,000
A8	1,220	0,029	41,370	0,000
A9	0,997	0,028	35,190	0,000
A10	0,891	0,028	31,360	0,000
A11	0,527	0,030	17,545	0,000
A12	0,442	0,030	14,587	0,000
A13	0,488	0,030	16,251	0,000
A14	0,536	0,032	16,980	0,000
A15	0,348	0,033	10,527	0,000
A17	0,856	0,032	26,734	0,000
A18	0,679	0,031	22,073	0,000
A19	1,032	0,033	30,823	0,000
A20	-0,886	0,032	-27,472	0,000
A21	0,569	0,030	18,878	0,000
A28	0,244	0,029	8,558	0,000
A30	0,237	0,029	8,329	0,000
A31	0,102	0,028	3,590	0,000
A32	0,290	0,029	10,126	0,000
F1	0,000	-	-	-
F2	0,000	-	-	-
F3	0,000	-	-	-

Tabla G.2: Análisis del método común del modelo matemática tercer grado.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A5	1,000	-	-	-
A6	0,872	0,024	36,323	0,000
A7	1,154	0,023	49,759	0,000
A8	1,078	0,022	48,862	0,000
A9	0,874	0,023	38,476	0,000
A10	0,776	0,023	33,039	0,000
A11	0,453	0,027	16,974	0,000
A12	0,392	0,027	14,497	0,000
A13	0,452	0,026	17,186	0,000
A14	0,467	0,028	16,425	0,000
A15	0,292	0,030	9,589	0,000
A17	0,726	0,027	26,906	0,000
A18	0,568	0,026	21,537	0,000
A19	0,880	0,028	31,784	0,000
A20	-0,772	0,027	-28,414	0,000
A21	0,493	0,026	18,860	0,000
A28	0,137	0,025	5,434	0,000
A30	0,204	0,025	8,088	0,000
A31	0,114	0,025	4,519	0,000
F1	0,000	-	-	-
F2	0,001	-	-	-
F3	0,002	-	-	-

Tabla G.3: Análisis del método común del modelo español sexto grado.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A32	1,000	-	-	-
A36	0,601	0,066	9,108	0,000
A37	0,479	0,059	8,144	0,000
A38	0,387	0,06	6,487	0,000
A39	0,541	0,057	9,409	0,000
A40	0,332	0,058	5,716	0,000
A41	0,838	0,067	12,519	0,000
A4	0,536	0,067	7,963	0,000
A5	1,440	0,104	13,848	0,000
A6	0,982	0,084	11,635	0,000
A7	1,064	0,088	12,140	0,000
A8	0,873	0,080	10,869	0,000
A9	0,566	0,071	8,021	0,000
A10	1,226	0,094	12,989	0,000
A11	0,856	0,080	10,745	0,000
A12	0,734	0,076	9,718	0,000
A16	0,761	0,079	9,620	0,000
A1	1,627	0,113	14,388	0,000
A2	2,872	0,178	16,172	0,000
A3	3,080	0,190	16,252	0,000
A15	1,308	0,098	13,298	0,000
A18	1,545	0,109	14,150	0,000
A28	1,961	0,133	14,749	0,000
A29	2,915	0,185	15,784	0,000
A30	1,686	0,12	14,097	0,000
A33	1,315	0,100	13,155	0,000
A17	1,363	0,100	13,569	0,000
A19	1,484	0,106	13,995	0,000
A20	1,569	0,110	14,262	0,000
A21	0,761	0,076	9,961	0,000
A22	0,529	0,070	7,595	0,000
A23	0,361	0,066	5,479	0,000
A24	-0,114	0,063	-1,806	0,000
A25	0,833	0,079	10,551	0,000
A26	0,422	0,067	6,278	0,000
F1	0,000	-	-	-
F2	0,000	-	-	-
F3	0,000	-	-	-
F4	0,000	-	-	-

Tabla G.4: Análisis del método común del modelo matemática sexto grado.

variables	Estimación	Error Estándar	z-value	P(> z)
A31	1,000	-	-	-
A35	0,502	0,069	7,251	0,000
A36	0,196	0,063	3,081	0,002
A37	0,377	0,064	5,869	0,000
A38	0,366	0,062	5,915	0,000
A39	0,07	0,064	1,093	0,274
A40	0,599	0,067	8,904	0,000
A4	0,392	0,067	5,826	0,000
A5	1,176	0,096	12,247	0,000
A6	0,945	0,087	10,924	0,000
A7	0,817	0,082	9,993	0,000
A8	0,765	0,080	9,573	0,000
A9	0,571	0,074	7,723	0,000
A10	0,984	0,088	11,183	0,000
A11	0,764	0,080	9,564	0,000
A12	0,657	0,076	8,601	0,000
A16	0,657	0,079	8,319	0,000
A1	1,328	0,104	12,761	0,000
A2	2,357	0,156	15,141	0,000
A3	2,537	0,166	15,316	0,000
A17	2,055	0,150	13,711	0,000
A18	1,507	0,118	12,738	0,000
A27	1,581	0,115	13,734	0,000
A28	1,841	0,128	14,347	0,000
A29	2,611	0,170	15,401	0,000
A19	1,393	0,106	13,161	0,000
A20	1,365	0,105	13,055	0,000
A21	0,683	0,077	8,836	0,000
A22	0,542	0,073	7,402	0,000
A23	0,762	0,080	9,548	0,000
A24	0,683	0,077	8,844	0,000
A25	0,907	0,085	10,659	0,000
A26	0,515	0,073	7,096	0,000
F1	0,000	-	-	-
F2	0,001	-	-	-
F3	0,002	-	-	-
F4	0,003	-	-	-